

# 抚顺职业技术学院（抚顺师专）2026 年单独招生考试

## 《数学》题库

### 一、单选题

#### 集合与逻辑

1. 下列各项中, 不可以组成集合的是 ( )

- A. 所有的偶数                      B. 所有的负数  
C. 不大于 3 的数                  D. 接近于 1 的数

参考答案: D

2. 若集合  $M = \{a, b, c\}$  中的元素是  $\triangle ABC$  的三边长, 则  $\triangle ABC$  一定不是 ( )

- A. 等腰三角形                      B. 直角三角形  
C. 锐角三角形                      D. 钝角三角形

参考答案: A

3. 下列各项中, 正确的关系式为 ( )

- A.  $\Phi \subseteq \{0\}$       B.  $\Phi \in \{0\}$       C.  $\Phi \not\subset \{0\}$       D.  $\Phi = \{0\}$

参考答案: A

4. 已知集合  $M = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ,  $N = \{1, 3, 5\}$ ,  $P = M \cap N$ , 则  $P$  的子集共有 ( )

- A. 2 个                      B. 4 个                      C. 6 个                      D. 8 个

参考答案: B

5. 设全集  $U = \mathbb{R}$ , 集合  $A = \{x | x \leq 3 + \sqrt{2}\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7\}$ , 则  $(C_U A) \cap B$  等于 ( )

- A.  $\{5\}$       B.  $\{4, 5, 6, 7\}$       C.  $\{3, 4, 5\}$       D.  $\{2, 3, 4\}$

参考答案: B

6. 已知集合  $A = \{x | y = \lg(x - x^2)\}$ , 集合  $B = \{x | x^2 - cx < 0 (c > 0)\}$ , 若  $A \subseteq B$ , 则  $c$  的取值范围为 ( )

- A.  $(0, 1]$                       B.  $(0, 1)$                       C.  $[1, +\infty)$                       D.  $(1, +\infty)$

参考答案: C

7. 设集合  $M = \{x | x = 5 - 4a + a^2, a \in \mathbb{R}\}$ ,  $N = \{y | y = 4b^2 + 4b + 2, b \in \mathbb{R}\}$ , 则下列关系中正确的是 ( )

- A.  $M = N$                       B.  $M \subsetneq N$                       C.  $M \subseteq N$                       D.  $M \in N$

参考答案: A

8. 设  $a = \sqrt{3}$ ,  $A = \{x | x < 3\}$ , 则正确结论是 ( ).

- A.  $a \subset A$                       B.  $a \notin A$                       C.  $\{a\} \in A$                       D.  $\{a\} \subset A$

参考答案: D

9. 设  $a = 3\sqrt{2}$ ,  $A = \{x | x < 3\}$ , 则正确结论是 ( ).

- A.  $a \subset A$                       B.  $a \notin A$                       C.  $\{a\} \in A$                       D.  $\{a\} \subset A$

参考答案: B

10. 设  $a = 2\sqrt{2}$ ,  $A = \{x | x < 1\}$ , 则正确结论是 ( ).

- A.  $a \subset A$                       B.  $a \notin A$                       C.  $\{a\} \in A$                       D.  $\{a\} \subset A$

参考答案: B

11.  $\{\text{正有理数}\} \cap \{\text{自然数}\}$  等于 ( )

- A.  $\{\text{整数}\}$       B.  $\{\text{正整数}\}$       C.  $\{\text{有理数}\}$       D.  $\{\text{非负整数}\}$

参考答案: B

12. 设全集  $U = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ , 集合  $A = \{x | x^2 = 4\}$ ,  $B = \{x | x^2 + x - 2 = 0\}$ , 则  $C_U(A \cup B) =$  ( )

- A.  $\{-2, -1, 1, 2\}$       B.  $\{-2, -1, 0\}$   
C.  $\{-1, 0\}$       D.  $\{0\}$

参考答案: C

13. 若集合  $A = \{x | y = \frac{1}{\sqrt{x-1}}\}$ ,  $B = \{x | x < 2\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

- A.  $\{x | 1 < x < 2\}$       B.  $\{x | x \geq 1\}$       C.  $\{x | x < 2\}$       D.  $\{x | 1 \leq x < 2\}$

参考答案: A

14. 若集合  $A = \{x | y = x^2\}$ ,  $B = \{x | x < 2\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

- A.  $\{x | 1 < x < 2\}$       B.  $\{x | x \geq 1\}$       C.  $\{x | x < 2\}$       D.  $\{x | 1 \leq x < 2\}$

参考答案: C

15. 若集合  $A = \{x | y = \sqrt{x-1}\}$ ,  $B = \{y | y \neq 0\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

- A.  $\{x | 1 < x < 2\}$       B.  $\{x | x \geq 1\}$       C.  $\{x | x < 2\}$       D.  $\{x | 1 \leq x < 2\}$

参考答案: B

16. 已知集合  $A = \{x | -1 < x < 3\}$ ,  $B = \{x | x < a\}$ , 若  $A \subseteq B$ , 则实数  $a$  满足 ( )

- A.  $a < 3$       B.  $a \leq 3$       C.  $a > 3$       D.  $a \geq 3$

参考答案: D

17. 已知集合  $A = \{x | -1 < x < 4\}$ ,  $B = \{x | x > a\}$ , 若  $A \subseteq B$ , 则实数  $a$  满足 ( )

- A.  $a < -1$       B.  $a \leq -1$       C.  $a > -1$       D.  $a \geq -1$

参考答案: B

18. 已知集合  $A = \{x | -1 < x \leq 4\}$ ,  $B = \{x | x < a\}$ , 若  $A \subseteq B$ , 则实数  $a$  满足 ( )

- A.  $a < 4$       B.  $a \leq 4$       C.  $a > 4$       D.  $a \geq 4$

参考答案: C

19. 已知全集  $S = R$ , 集合  $A = \{x | x^2 > 4\}$ , 则  $C_S A =$  ( )

- A.  $\{x | -2 \leq x \leq 2\}$       B.  $\{x | x < 2\}$       C.  $\{x | -2 < x < 2\}$       D.  $\{x | x > 2\}$

参考答案: A

20. 已知集合  $A = \{x | ax = x^2\}$ ,  $B = \{0, 1, 2\}$ , 若  $A \subseteq B$ , 则实数  $a$  的值为 ( )

- A. 1 或 2      B. 0 或 1      C. 0 或 2      D. 0 或 1 或 2

参考答案: D

21. 若命题“ $\exists x_0 \in R$ , 使得  $x_0^2 + 4x_0 + 2k < 0$ ”是假命题, 则实数  $k$  的取值范围是

- A.  $k \leq 2$       B.  $k \geq 2$       C.  $k < 2$       D.  $k > 2$

参考答案: B

22. 已知集合  $A = \{x | 2 < x < 4\}$ ,  $B = \{x | (x-1)(x-3) < 0\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

- A. (1,3)      B. (1,4)      C. ((2,3))      D. (2,4))

参考答案: C

23. 已知集合  $A = \{x | 1 < x < 3\}$ , 集合  $B = \{x | x > 2\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

- A.  $\{x | 2 < x < 3\}$       B.  $\{x | x > 2\}$       C.  $\{x | 1 < x < 3\}$       D.  $\{x | 1 < x < 2\}$

参考答案: A

### 不等式

24. 若  $a < c < 0$ , 那么下列不等式中正确的是 ( )

- A.  $ac < c^2$       B.  $a < ac$       C.  $a^2 > ac$       D.  $a^2 < c^2$

参考答案: C

25. 若  $a < b < 0$ , 那么下列不等式中不正确的是 ( )

- A.  $ab > b^2$       B.  $ab < a^2$       C.  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$       D.  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

参考答案: D

26. 若  $a < b < 0$ , 那么下列不等式中一定正确的是 ( )

- A.  $a^2 < b^2$       B.  $|a| > |b|$       C.  $\frac{1}{a-b} > \frac{1}{a}$       D.  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

参考答案: B

27. 已知实数  $a, b, c$  满足  $c < b < a$  且  $ac < 0$ , 则下列选项中不一定成立的是 ( )

- A.  $ab > ac$       B.  $c(b-a) > 0$       C.  $ac(a-c) < 0$       D.  $cb^2 < ab^2$

参考答案: D

28. 已知  $a \in R$ , 则“ $a > 1$ ”是“ $\frac{1}{a} < 1$ ”的 ( )

- A. 充分非必要条件      B. 必要非充分条件  
C. 充要条件      D. 既非充分又非必要条件

参考答案: A

29. 若  $a > b$ ,  $c > d$ , 下列不等式正确的是 ( )

A.  $c-b > d-a$  B.  $ac > bd$  C.  $a-c > b-d$  D.  $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$

参考答案: A

30. 不等式  $|x-2| < 1$  的解集是 ( )

A.  $\{x | 2 < x < 3\}$  B.  $\{x | 1 \leq x \leq 3\}$  C.  $\{x | x < 1 \text{ 或 } x > 3\}$  D.  $\{x | 1 < x < 3\}$

参考答案: D

31. 已知  $a, b$  均为正数, 则  $(a + \frac{1}{a})(b + \frac{1}{b})$  的最小值为 ( )

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

参考答案: D

32. 已知  $a > b > 0$ , 则下列不等式中正确的是 ( )

A.  $\frac{c}{a} > \frac{c}{b}$  B.  $ab < b^2$  C.  $-a^2 < -ab$  D.  $\frac{1}{a-2} < \frac{1}{b-2}$

参考答案: C

33. 若  $a > b, c > d$ , 则下列不等式中正确的是 ( )

A.  $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$  B.  $ac > bd$  C.  $a + c > b + d$  D.  $a - c > b - d$

参考答案: C

34. 若  $a < -b < 0$ , 则下列不等式中一定成立的是 ( )

A.  $a^2 < ab$  B.  $ab > b^2$  C.  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$  D.  $\frac{1}{a-b} > \frac{1}{a}$

参考答案: D

35. 若  $-b < a < 0$ , 则下列不等式中一定成立的是 ( )

A.  $\frac{1}{b} > \frac{1}{b-a}$  B.  $a^2 > b^2$  C.  $-a > b$  D.  $|a| > |b|$

参考答案: A

36. 若  $a < 0, b > 0$ , 则下列不等式中不一定成立的是 ( )

A.  $a^3 < b^3$  B.  $a^2 > b^2$  C.  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$  D.  $\frac{1}{a-b} > \frac{1}{a}$

参考答案: B

37. 已知集合  $A = \{x | -2 \leq x < 4\}$ , 集合  $B = \{x | x^2 - 4x - 5 < 0\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

A.  $\{x | 4 < x < 5\}$  B.  $\{x | -1 < x < 5\}$   
C.  $\{x | -1 \leq x \leq 4\}$  D.  $\{x | -1 < x < 4\}$

参考答案: D

函数

38. 函数  $f(x) = \log_2^{(x^2-x-6)}$  的定义域是 ( )

- A.  $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$       B.  $[-2, -3]$       C.  $[2, 3]$       D.  $(-\infty, 2] \cup [3, +\infty)$

参考答案: A

39. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq 1, \\ \frac{2}{x}, & x > 1, \end{cases}$  则  $f(f(3)) = ( \quad )$

- A.  $\frac{1}{5}$       B. 3      C.  $\frac{2}{3}$       D.  $\frac{13}{9}$

参考答案: D

40. 已知函数  $f(x) = \sqrt{mx^2 - 2x + 1}$  的值域为  $[0, +\infty)$ , 则实数  $m$  的取值范围是 ( )

- A.  $[0, 1]$       B.  $[0, 1)$       C.  $(-\infty, 1]$       D.  $[1, +\infty)$

参考答案: A

41. 函数  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{(\log_2 x)^2 - 1}}$  的定义域为 ( )

- A.  $(0, \frac{1}{2})$       B.  $(2, +\infty)$       C.  $(0, \frac{1}{2}) \cup (2, +\infty)$       D.  $(0, \frac{1}{2}] \cup [2, +\infty)$

参考答案: C

42. 函数  $f(x) = \sqrt{4-|x|} + \lg \frac{x^2 - 5x + 6}{x-3}$  的定义域为 ( )

- A.  $(2, 3)$       B.  $(2, 4]$       C.  $(2, 3) \cup (3, 4]$       D.  $(-1, 3) \cup (3, 6]$

参考答案: C

43. 函数  $y = x^2 - 6x + 10$  在区间  $(2, 4)$  上 ( )

- A. 单调递减      B. 单调递增  
C. 先单调递减后单调递增      D. 先单调递增后单调递减

参考答案: C

44. 下列函数在  $[1, 4]$  上最大值为 3 的是 ( )

- A.  $y = \frac{1}{x} + 2$       B.  $y = 3x - 2$       C.  $y = x^2$       D.  $y = 1 - x$

参考答案: A

45. 已知函数  $f(x)$  的定义域为  $[2, 8]$ , 则函数  $h(x) = 2f(x)$  的定义域为 ( )

- A.  $[4, 16]$       B.  $[4, 8]$   
C.  $[2, 8]$       D.  $[2, 16]$

参考答案: C

46. 已知函数  $f(x)$  的定义域为  $[2, 8]$ , 则函数  $h(x) = f(2x)$  的定义域为 ( )

- A.  $[1, 4]$       B.  $[4, 16]$

C. [2, 8]

D. 不确定

参考答案: A

47. 已知函数  $f(x)$  的定义域为  $[2, 8]$ , 则函数  $h(x) = f(2x) + \sqrt{x+1}$  的定义域为 ( )

A. [2, 8]

B. [1, 4]

C. [4, 16]

D. [-1, 4]

参考答案: B

48. 已知函数  $f(x) = \frac{3}{x}$ , 则  $f\left(\frac{1}{a}\right)$  等于 ( )

A.  $\frac{1}{a}$

B.  $\frac{3}{a}$

C. a

D. 3a

参考答案: D

49. 函数  $f(x) = \frac{\sqrt{2x-1}}{x^2-1}$  的定义域为 ( )

A.  $\left\{x \mid x \geq \frac{1}{2}\right\}$

B.  $\{x \mid x > 1\}$

C.  $\left\{x \mid \frac{1}{2} \leq x < 1 \text{ 或 } x > 1\right\}$

D.  $\left\{x \mid -1 \leq x \leq \frac{1}{2} \text{ 或 } x > 1\right\}$

参考答案: C

50. 若函数  $y = f(x)$  的定义域是  $[0, 4]$ , 则函数  $g(x) = \frac{f(2x)}{x-1}$  的定义域是 ( )

A.  $[0, 1]$

B.  $[0, 1)$

C.  $[0, 1) \cup (1, 2]$

D.  $(0, 1)$

参考答案: C

51. 若函数  $y = f(x)$  的定义域是  $[4, 6]$ , 则函数  $g(x) = \frac{f(2x)}{x-1}$  的定义域是 ( )

A.  $[0, 1]$

B.  $[2, 3]$

C.  $[0, 1) \cup (1, 4]$

D.  $(0, 1)$

参考答案: B

52. 若函数  $y = f(x)$  的定义域是  $[-2, 0]$ , 则函数  $g(x) = \frac{f(2x)}{x-1}$  的定义域是 ( )

A.  $[-1, 0]$

B.  $[0, 1)$

C.  $[0, 1) \cup (1, 4]$

D.  $(0, 1)$

参考答案: A

53. 已知  $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ , 则  $f(x)$  是 ( ).

A. 偶函数

B. 奇函数

C. 既不是奇函数也不是偶函数

D. 二次函数

参考答案: A

54. 函数是奇函数的充要条件是它的图象 ( )

A. 关于 y 轴对称

B. 关于 x 轴对称

C. 关于原点对称

D. 关于直线  $y = x$  对称

参考答案: C

55. 下列函数中为奇函数的是 ( )

- A.  $y = x^2 + 2$     B.  $y = \sqrt{x}$     C.  $y = x + \frac{1}{x}$     D.  $y = x^2 - 2x$

参考答案: C

56. 已知  $f(x) = 4 + a^{x-1}$  的图象恒过定点  $P$ , 则点  $P$  的坐标是 ( )

- A. (1, 5)    B. (1, 4)    C. (0, 4)    D. (4, 0)

参考答案: A

57. 在函数  $y = \frac{1}{x^4}$ ,  $y = 3x^2$ ,  $y = x^2 + 2x$ ,  $y = 1$  中, 幂函数的个数为 ( )

- A. 0    B. 1    C. 2    D. 3

参考答案: B

58. 函数  $f(x) = x^a + b$ , 不论  $a$  为何值,  $f(x)$  的图象均过点  $(m, 0)$ , 则实数  $b$  的值为 ( )

- A. -1    B. 1    C. 2    D. 3

参考答案: A

59. 设  $y_1 = 4^{0.9}$ ,  $y_2 = 8^{0.48}$ ,  $y_3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1.5}$ , 则 ( )

- A.  $y_3 > y_1 > y_2$     B.  $y_2 > y_1 > y_3$   
C.  $y_1 > y_2 > y_3$     D.  $y_1 > y_3 > y_2$

参考答案: D

60. 函数  $y = 2^{\sqrt{-x^2+x+2}}$  的单调递增区间是 ( )

- A.  $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$     B.  $(-\infty, -1]$     C.  $\left[-1, \frac{1}{2}\right]$     D.  $[-1, 2]$

参考答案: C

61. 化简  $\frac{1}{2} \log_6 12 - 2 \log_6 \sqrt{2}$  的结果为 ( )

- A.  $6\sqrt{2}$     B.  $12\sqrt{2}$     C.  $\log_6 \sqrt{3}$     D.  $\frac{1}{2}$

参考答案: C

62. 若  $\lg a$ ,  $\lg b$  是方程  $2x^2 - 4x + 1 = 0$  的两个实根, 则  $ab$  的值等于 ( )

- A. 2    B.  $\frac{1}{2}$     C. 100    D.  $\sqrt{10}$

参考答案: C

63. 设  $a, b$  都是不等于 1 的正数, 则 " $3^a > 3^b > 3$ " 是 " $\log_a 3 < \log_b 3$ " 的 ( )

- A. 充要条件    B. 充分不必要条件    C. 必要不充分条件    D. 既不充分也不必要条件

参考答案: B

64. 函数  $f(x) = x^2 + \sqrt{x}$  ( )

- A. 是奇函数  
B. 是偶函数  
C. 既是奇函数又是偶函数  
D. 是非奇非偶函数

参考答案: D

65. 已知函数  $y = f(x)$  是偶函数, 其图象与  $x$  轴有四个交点, 则方程  $f(x) = 0$  的所有实根之和是 ( )

- A. 4  
B. 2  
C. 1  
D. 0

参考答案: D

66. 式子  $\log_4^{16}$  的值为 ( )

- A. 0  
B. 1  
C. 2  
D. -1

参考答案: C

67. 已知二次函数  $f(x) = (x-1)^2 - 3$ , 则下列结论正确的是 ( )

- A.  $f(x)$  的最大值为 1  
B.  $f(x)$  的最小值为 1  
C.  $f(x)$  的最大值为 -3  
D.  $f(x)$  的最小值为 -3

参考答案: D

### 三角函数与解三角形

68. 下列用弧度制表示  $30^\circ$  角正确的是 ( )

- A.  $\frac{\pi}{2}$   
B.  $\frac{\pi}{3}$   
C.  $\frac{\pi}{4}$   
D.  $\frac{\pi}{6}$

参考答案: D

69. 式子  $\sin 15^\circ \cos 45^\circ + \cos 15^\circ \sin 45^\circ$  的值是 ( )

- A. 0  
B.  $\frac{1}{2}$   
C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
D. 1

参考答案: C

70. 函数  $y = 5 \tan \frac{x}{2}$  的周期为 ( ) .

- A.  $\frac{\pi}{2}$   
B.  $\pi$   
C.  $\frac{3\pi}{2}$   
D.  $2\pi$

参考答案: D

71.  $\cos \frac{101\pi}{4}$  的值为 ( )

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
B.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$   
C. 1  
D. -1

参考答案: B

72. 若  $\theta$  是第四象限角, 则  $90^\circ + \theta$  是 ( )

- A. 第一象限角  
B. 第二象限角  
C. 第三象限角  
D. 第四象限角



参考答案: A

73. 下列与  $412^\circ$  角的终边相同的角是( )

- A.  $52^\circ$       B.  $778^\circ$       C.  $-318^\circ$       D.  $1\,232^\circ$

参考答案: A

74. 如果  $\tan\alpha > 0$  且  $\cos\alpha < 0$ , 则  $\alpha$  是第 ( ) 象限角.

- A. 一      B. 二      C. 三      D. 四

参考答案: C

75. 如果  $\tan\alpha < 0$  且  $\cos\alpha > 0$ , 则  $\alpha$  是第 ( ) 象限角.

- A. 一      B. 二      C. 三      D. 四

参考答案: D

76. 如果  $\tan\alpha > 0$  且  $\cos\alpha > 0$ , 则  $\alpha$  是第 ( ) 象限角.

- A. 一      B. 二      C. 三      D. 四

参考答案: A

77. 已知  $\sin\alpha = \frac{4}{5}$ , 且  $\alpha$  是第二象限角, 那么  $\tan\alpha$  的值为 ( )

- A.  $-\frac{4}{3}$       B.  $-\frac{3}{4}$       C.  $\frac{3}{4}$       D.  $\frac{4}{3}$

参考答案: A

78.  $\sin 585^\circ$  的值为( )

- A.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$       B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       C.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

参考答案: A

79. 若  $\sin(3\pi + \alpha) = -\frac{1}{2}$ , 则  $\cos(\frac{7}{2}\pi - \alpha)$  等于( )

- A.  $-\frac{1}{2}$       B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       D.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

参考答案: A

80. 函数  $y = \sqrt{2}\cos 2x$  的奇偶性为 ( ) .

- A. 奇函数      B. 偶函数      C. 既奇又偶函数      D. 非奇非偶函数

参考答案: B

81. 函数  $y = \sqrt{2}\sin(x + \frac{\pi}{6})$  的奇偶性为 ( ) .

- A. 奇函数      B. 偶函数      C. 既奇又偶函数      D. 非奇非偶函数

参考答案: D

82. 函数  $y = \sqrt{2}\cos(x + \pi)$  的奇偶性为 ( ) .

- A. 奇函数      B. 偶函数      C. 既奇又偶函数      D. 非奇非偶函数

参考答案: B

83. 已知  $180^\circ < \alpha < 360^\circ$ , 则  $\cos \frac{\alpha}{2}$  的值等于 ( )

- A.  $-\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$       B.  $\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$   
C.  $-\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$       D.  $\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$

参考答案: C

84.  $\cos 15^\circ \cos 75^\circ + \sin 15^\circ \sin 75^\circ = ( \quad )$

- A. 0                      B.  $\frac{1}{2}$                       C.  $-\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

参考答案: B

85. 若  $\alpha \in [0, \pi]$ ,  $\sin \frac{\alpha}{3} \sin \frac{4\alpha}{3} + \cos \frac{\alpha}{3} \cos \frac{4\alpha}{3} = 0$ , 则  $\alpha$  的值是 ( )

- A.  $\frac{\pi}{6}$                       B.  $\frac{\pi}{4}$                       C.  $\frac{\pi}{3}$                       D.  $\frac{\pi}{2}$

参考答案: D

86. “ $\sin A = \frac{1}{2}$ ” 是 “ $A = 30^\circ$ ” 的 ( ).

- A. 充分而不必要条件                      B. 必要而不充分条件  
C. 充分必要条件                      D. 既不充分也不必要条件

参考答案: D

87. 角  $\alpha$  终边在第三象限, 则下列各式中符号为正的是 ( ).

- A.  $\sin \alpha + \cos \alpha$                       B.  $\cos \alpha - \cot \alpha$                       C.  $\cot \alpha \cdot \sin \alpha$                       D.  $\tan \alpha - \sin \alpha$

参考答案: D

88. 若  $\sin \theta \cdot \cos \theta < 0$ , 则  $\theta$  属于 ( ).

- A. 第一、二象限                      B. 第二、四象限                      C. 第一、三象限                      D. 第二、三象限

参考答案: B

89. 在  $\triangle ABC$  中,  $\sin A = \sin B$ , 则  $\triangle ABC$  是 ( )

- A. 直角三角形                      B. 锐角三角形                      C. 钝角三角形                      D. 等腰三角形

参考答案: D

90. 已知  $\triangle ABC$  中,  $a = \sqrt{2}$ ,  $b = \sqrt{6}$ ,  $B = 60^\circ$ , 那么角  $A$  等于 ( )

- A.  $30^\circ$                       B.  $45^\circ$                       C.  $60^\circ$                       D.  $90^\circ$

参考答案: A

91. 已知  $\triangle ABC$  中,  $a = \sqrt{2}$ ,  $b = \sqrt{6}$ ,  $B = 60^\circ$ , 那么角  $C$  等于 ( )

- A.  $135^\circ$                       B.  $90^\circ$                       C.  $45^\circ$                       D.  $30^\circ$

参考答案: B

92. 已知  $\triangle ABC$  中,  $a = \sqrt{6}$ ,  $b = 3\sqrt{2}$ ,  $A = 30^\circ$ , 那么角  $B$  一定等于 ( )

- A.  $60^\circ$                       B.  $90^\circ$                       C.  $45^\circ$                       D. 以上都不对

参考答案: D

93. 在  $\triangle ABC$  中,  $a = 2b \cos C$ , 则这个三角形一定是 ( )

- A. 等腰三角形                      B. 直角三角形  
C. 等腰直角三角形                      D. 等腰或直角三角形

参考答案: A

94. 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $A = 120^\circ$ ,  $B = 30^\circ$ ,  $b = 3$ , 则  $c$  等于 ( )

- A.  $\sqrt{3}$                       B. 3                      C.  $3\sqrt{3}$                       D. 6

参考答案: B

95. 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $A = \frac{\pi}{3}$ ,  $a = 2\sqrt{3}$ ,  $b = 2$ , 则  $c$  的值为 ( )

- A. 1                      B. 2

C.4

D. $\sqrt{3}$

参考答案: C

96. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $A = \frac{\pi}{6}$ ,  $a = 1$ ,  $b = \sqrt{3}$ , 则 $c$ 的值为( )

A.1

B.1 或 2

C.2

D.不确定

参考答案: B

97. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $A = \frac{\pi}{4}$ ,  $a = 2$ ,  $b = 2$ , 则 $c$ 的值为( )

A. $\sqrt{2}$

B.4

C.2

D. $2\sqrt{2}$

参考答案: D

98. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a - b = c(\cos B - \cos A)$ , 则 $\triangle ABC$ 一定为( )

A. 等腰三角形

B. 直角三角形

C. 等腰三角形或直角三角形

D. 等腰直角三角形

参考答案: C

99. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a^2 \tan B = b^2 \tan A$ , 则 $\triangle ABC$ 一定为( )

A. 等腰三角形

B. 直角三角形

C. 等腰三角形或直角三角形

D. 等腰直角三角形

参考答案: C

100. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ , 且 $a : b : c = 3 : 5 : 7$ , 则此三角形中的最大角的大小为( )

A. $150^\circ$

B. $120^\circ$

C. $92^\circ$

D. $135^\circ$

参考答案: B

101. 如果等腰三角形的周长是底边长的5倍, 那么它的顶角的余弦值为( )

A. $\frac{5}{18}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{7}{8}$

参考答案: D

### 平面向量

102. 已知平面向量 $a = (1, 1)$ ,  $b = (1, -1)$ , 则向量 $\frac{1}{2}a - \frac{3}{2}b$ 等于( )

A.  $(-2, -1)$

B.  $(-2, 1)$

C.  $(-1, 0)$

D.  $(-1, 2)$

参考答案: D

103. 在等腰直角三角形 $ABC$ 中, 若 $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = \sqrt{2}$ , 则 $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$ 的值等于( )

- A. -2                      B. 2                      C.  $-2\sqrt{2}$                       D.  $2\sqrt{2}$

参考答案: B

104. 设向量  $\mathbf{a}=(2,0)$ ,  $\mathbf{b}=(1,1)$ , 则下列结论中正确的是( )

- A.  $|\mathbf{a}|=|\mathbf{b}|$                       B.  $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}=0$                       C.  $\mathbf{a}\parallel\mathbf{b}$                       D.  $(\mathbf{a}-\mathbf{b})\perp\mathbf{b}$

参考答案: D

105. 已知三点  $A(0,1)$ ,  $B(1,2)$ ,  $C(2,0)$ , 若  $\overrightarrow{AC}$  和  $\overrightarrow{BD}$  是相反向量, 则 D 点坐标是 ( )

- A. (1,-1)                      B. (-1,0)                      C. (0,-1)                      D. (1,0)

参考答案: A

106. 已知三点  $A(-1,1)$ ,  $B(0,0)$ ,  $C(2,0)$ , 若  $\overrightarrow{AB}$  和  $\overrightarrow{CD}$  是相反向量, 则 D 点坐标是( )

- A. (1,1)                      B. (-1,0)                      C. (1, -1)                      D. (-1,1)

参考答案: A

107. 已知三点  $A(1,1)$ ,  $B(0,2)$ ,  $C(2,0)$ , 若  $\overrightarrow{AB}$  和  $\overrightarrow{CD}$  是相反向量, 则 D 点坐标是( )

- A. (1,0)                      B. (3,-1)                      C. (1, -1)                      D. (-1,1)

参考答案: B

108. 已知向量  $\mathbf{a}=(1,2)$ ,  $\mathbf{b}=(-1, m)$ , 若  $\mathbf{a}\perp\mathbf{b}$ , 则  $m$  的值为( )

- A. -2                      B. 2                      C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $-\frac{1}{2}$

参考答案: C

109. 已知向量  $\mathbf{a}=(1, -2)$ ,  $\mathbf{b}=(x,4)$ , 且  $\mathbf{a}\parallel\mathbf{b}$ , 则  $|\mathbf{a}-\mathbf{b}|$  等于( )

- A.  $5\sqrt{3}$                       B.  $3\sqrt{5}$                       C.  $2\sqrt{5}$                       D.  $2\sqrt{2}$

参考答案: B

110. 设  $\mathbf{a}=\left(\frac{3}{2}, \sin\alpha\right)$ ,  $\mathbf{b}=\left(\cos\alpha, \frac{1}{3}\right)$ , 且  $\mathbf{a}\parallel\mathbf{b}$ , 则锐角  $\alpha$  为 ( )

- A.  $30^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $75^\circ$                       D.  $45^\circ$

参考答案: D

111. 已知向量  $\mathbf{a}=(1,2)$ ,  $\mathbf{b}=(x,4)$ , 且  $\mathbf{a}\parallel\mathbf{b}$ , 则  $x$  的值是( )

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

参考答案: B

112. 已知向量  $\mathbf{a}=(2,4)$ ,  $\mathbf{b}=(x,8)$ , 且  $\mathbf{a}\parallel\mathbf{b}$ , 则  $x$  的值是 ( )

- A. 2                      B. 4                      C. 6                      D. 8

参考答案: B

113. 已知向量  $\mathbf{a}=(3,2)$ ,  $\mathbf{b}=(x,2)$ , 且  $\mathbf{a}\parallel\mathbf{b}$ , 则  $x$  的值是( )

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

参考答案: C

114. 已知  $\mathbf{a}=(-2,1)$ ,  $\mathbf{b}=(3,1)$ , 则  $-4\mathbf{a}+3\mathbf{b}=($  ) .

- A. (17, -1)                      B. (-1, -13)                      C. (12, -1)                      D. (-1, 12) .

参考答案: A

115. 下列各组向量, ( ) 中的  $\mathbf{a}\perp\mathbf{b}$ .

- A.  $\mathbf{a}=(4, -3)$ ,  $\mathbf{b}=(-4,3)$                       B.  $\mathbf{a}=(3,5)$ ,  $\mathbf{b}=(-5,3)$

C.  $\mathbf{a} = (12, 5), \mathbf{b} = (1, 2)$

D.  $\mathbf{a} = (-11, 2), \mathbf{b} = (3, 9)$

参考答案: B

116. 已知  $\mathbf{a} = (2, 3), \mathbf{b} = (1, 2)$ , 实数  $x, y$  满足等式  $x\mathbf{a} + y\mathbf{b} = (3, 4)$ , 则  $x, y$  的值为 ( )

A.  $x=2, y=-1$

B.  $x=-1, y=2$

C.  $x=-2, y=1$

D.  $x=1, y=-2$

参考答案: A

117. 已知  $\mathbf{a} = (-2, 4), \mathbf{b} = (2, y)$  且  $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$ , 则  $y$  的值为 ( )

A.  $-\frac{8}{3}$

B.  $\frac{8}{3}$

C.  $-4$

D.  $4$

参考答案: C

数列

118. 数列  $2, 3, 4, 5, \dots$  的一个通项公式为 ( )

A.  $a_n = n$

B.  $a_n = n + 1$

C.  $a_n = n + 2$

D.  $a_n = 2n$

参考答案: B

119. 若三个数  $2, x, 8$  依次成等差数列, 则  $x$  的值是 ( )

A.  $3$

B.  $4$

C.  $5$

D.  $6$

参考答案: C

120. 若三个数  $3, 6, x$  依次成等比数列, 则  $x$  的值是

A.  $8$

B.  $9$

C.  $11$

D.  $12$

参考答案: D

121. 在  $3$  与  $27$  之间插入  $7$  个数, 使这  $9$  个数成等差数列, 则插入这  $7$  个数中的第  $4$  个数值为 ( )

A.  $18$

B.  $9$

C.  $12$

D.  $15$

参考答案: D

122.  $\triangle ABC$  中, 三内角  $A, B, C$  成等差数列, 则角  $B$  等于 ( )

A.  $30^\circ$

B.  $60^\circ$

C.  $90^\circ$

D.  $120^\circ$

参考答案: B

123. 已知等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_7 + a_9 = 16, a_4 = 1$ , 则  $a_{12}$  的值是 ( )

A.  $15$

B.  $30$

C.  $31$

D.  $64$

参考答案: A

124. 等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 + a_5 = 10, a_4 = 7$ , 则数列  $\{a_n\}$  的公差为 ( )

A.  $1$

B.  $2$

C.  $3$

D.  $4$

参考答案: B

125. 数列  $\{a_n\}$  的通项公式  $a_n = \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}}$ , 若前  $n$  项的和为  $3$ , 则项数  $n$  为 ( )

A.  $11$

B.  $13$

C.  $15$

D.  $18$

参考答案: C

126. 已知数列  $\{a_n\}$  为等差数列, 且  $a_1 = 2, a_2 + a_3 = 13$ , 则  $a_4 + a_5 + a_6 =$  ( )

A.  $45$

B.  $43$

C.  $42$

D.  $40$

参考答案: C

127. 设  $S_n$  是等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和,  $a_1 = 2, a_5 = 3a_3$ , 则  $S_9 =$  ( )

A.  $-72$

B.  $-54$

C.  $54$

D.  $72$

参考答案: B

128. 正项等比数列  $\{a_n\}$  的公比为  $3$ , 若  $a_2 a_6 = 81$ , 则  $a_5$  的值是 ( )

A. 27      B. 81      C. 243      D. 729

参考答案: A

129. 正项等比数列  $\{a_n\}$  的公比为 2, 若  $a_2 a_4 = 16$ , 则  $a_5$  的值是 ( )

A. 8              B. 16              C. 32              D. 64

参考答案: B

130. 正项等比数列  $\{a_n\}$  的公比为 2, 若  $a_2 a_6 = 16$ , 则  $a_7$  的值是 ( )

A. 8              B. 16              C. 32              D. 64

参考答案: C

131. 在等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_3 = 3$ , 则  $\{a_n\}$  的前 5 项和为 ( )

A. 5              B. 10              C. 15              D. 20

参考答案: C

132. 在等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_3 = 5$ , 则  $\{a_n\}$  的前 5 项和为 ( )

A. 15              B. 25              C. 35              D. 45

参考答案: B

133. 在等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_3 = 4$ , 则  $\{a_n\}$  的前 5 项和为 ( )

A. 5              B. 10              C. 15              D. 20

参考答案: D

134. 已知等差数列  $\{a_n\}$  的公差为  $d(d \neq 0)$ , 且  $a_3 + a_6 + a_{10} + a_{13} = 32$ , 若  $a_m = 8$ , 则  $m$  的值为 ( )

A. 12              B. 8              C. 6              D. 4

参考答案: B

135. 在等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 + a_5 + a_7 + a_9 + a_{13} = 100$ ,  $a_6 - a_2 = 12$ , 则  $a_1$  等于 ( )

A. 1              B. 2              C. 3              D. 4

参考答案: B

136. 数列  $-1, 3, -7, 15, \dots$  的一个通项公式可以是 ( )

- A.  $a_n = (-1)^n \cdot (2^n - 1), n \in \mathbf{N}^*$
- B.  $a_n = (-1)^n \cdot (2n - 1), n \in \mathbf{N}^*$
- C.  $a_n = (-1)^{n+1} \cdot (2^n - 1), n \in \mathbf{N}^*$
- D.  $a_n = (-1)^{n+1} \cdot (2n - 1), n \in \mathbf{N}^*$

参考答案: A

137. 数列  $0.3, 0.33, 0.333, 0.3333, \dots$  的通项公式为 ( )

A.  $a_n = \frac{1}{9}(10^n - 1), n \in \mathbf{N}^*$

B.  $a_n = \frac{2}{9}(10^n - 1), n \in \mathbf{N}^*$

C.  $a_n = \frac{1}{3}\left[1 - \frac{1}{10^n}\right], n \in \mathbf{N}^*$

D.  $a_n = \frac{3}{10}(10^n - 1), n \in \mathbf{N}^*$

参考答案: C

### 平面解析几何

138. 下列直线中, 与直线  $y = 2x - 3$  平行的是 ( )

A.  $y = x + 4$       B.  $y = x + 3$       C.  $y = 5x - 1$       D.  $y = 2x + 3$

参考答案: D

139. 平面直角坐标系中, 直线  $x + \sqrt{3}y + 2 = 0$  的斜率为 ( )

A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       B.  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$       C.  $\sqrt{3}$       D.  $-\sqrt{3}$

参考答案: B

140. 经过点  $A(2, -1), B(-4, 5)$  的直线的一般式方程为 ( )

A.  $x + y + 1 = 0$       B.  $x - y + 1 = 0$       C.  $x - y - 1 = 0$       D.  $x + y - 1 = 0$

参考答案: D

141. 若直线  $mx + y - 1 = 0$  与直线  $x + 2y + 3 = 0$  平行, 则  $m$  的值为

A. 2      B. -2      C.  $\frac{1}{2}$       D.  $-\frac{1}{2}$

参考答案: C

142. 若直线  $mx + y - 1 = 0$  与直线  $x - 2y + 3 = 0$  垂直, 则  $m$  的值为

A. 2      B. -2      C.  $\frac{1}{2}$       D.  $-\frac{1}{2}$

参考答案: A

143. 直线  $3x - 4y - 9 = 0$  与圆  $x^2 + y^2 = 4$  的位置关系是 ( )

A. 相交但不过圆心      B. 相切      C. 相离      D. 相交且过圆心

参考答案: A

144. 通过点  $(3, -5), (3, 12)$  的直线方程为 ( ) .

A.  $x - 3 = 0$       B.  $x + 3 = 0$       C.  $y - 5 = 0$       D.  $y + 5 = 0$

参考答案: A

145. 若圆  $C$  经过坐标原点和点  $(4, 0)$ , 且与直线  $y = 1$  相切, 则圆  $C$  的方程是 ( ) .

A.  $(x - 2)^2 + (y + \frac{3}{2})^2 = \frac{25}{4}$       B.  $(x - 2)^2 + (y - \frac{3}{2})^2 = \frac{25}{4}$   
C.  $(x + 2)^2 + (y - \frac{3}{2})^2 = \frac{25}{4}$       D.  $(x + 2)^2 + (y + \frac{3}{2})^2 = \frac{25}{4}$

参考答案: A

146. 与  $3x + 4y = 0$  垂直, 且与圆  $(x - 1)^2 + y^2 = 4$  相切的一条直线是 ( )

A.  $4x - 3y = 6$       B.  $4x - 3y = -6$

- C.  $4x+3y=6$  D.  $4x+3y=-6$

参考答案: B

147. 圆  $x^2+y^2-2x+4y=0$  与直线  $2tx-y-2-2t=0(t \in \mathbf{R})$  的位置关系为( )

- A. 相离 B. 相切  
C. 相交 D. 以上都有可能

参考答案: C

148. 若圆  $C_1: x^2+y^2=1$  与圆  $C_2: x^2+y^2-6x-8y+m=0$  外切, 则  $m=( )$

- A. 21 B. 19 C. 9 D. -11

参考答案: C

149. 若过点(2,1)的圆与两坐标轴都相切, 则圆心到直线  $2x-y-3=0$  的距离为( )

- A.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$  B.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$  C.  $\frac{3\sqrt{5}}{5}$  D.  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

参考答案: B

150. 若圆心在  $x$  轴上、半径为  $\sqrt{5}$  的圆  $O$  位于  $y$  轴左侧, 且与直线  $x+2y=0$  相切, 则圆  $O$  的方程是( )

- A.  $(x-\sqrt{5})^2+y^2=5$  B.  $(x+\sqrt{5})^2+y^2=5$   
C.  $(x-5)^2+y^2=5$  D.  $(x+5)^2+y^2=5$

参考答案: D

151. 圆  $x^2+y^2-4x+4y+6=0$  截直线  $x-y-3=0$  所得弦长为( )

- A.  $\sqrt{6}$  B.  $\frac{5\sqrt{2}}{2}$  C. 1 D. 5

参考答案: A

152. 圆心为(1,1)且过原点的圆的方程是( )

- A.  $(x-1)^2+(y-1)^2=1$  B.  $(x+1)^2+(y+1)^2=1$   
C.  $(x+1)^2+(y+1)^2=2$  D.  $(x-1)^2+(y-1)^2=2$

参考答案: D

153. 已知椭圆  $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{m^2}=1$  ( $m>0$ ) 的左焦点为  $F_1(-4,0)$ , 则  $m=( )$

- A. 9 B. 4 C. 3 D. 2

参考答案: C



154. 椭圆  $\frac{x^2}{25} + y^2 = 1$  上一点  $P$  到一个焦点的距离为 2, 则点  $P$  到另一个焦点的距离为( )

- A. 5  
B. 6  
C. 7  
D. 8

参考答案: D

155. 到两定点  $F_1(-2,0)$  和  $F_2(2,0)$  的距离之和为 4 的点的轨迹是( )

- A. 椭圆  
B. 线段  
C. 圆  
D. 以上都不对

参考答案: B

156. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的离心率  $e = \frac{5}{4}$ , 且其左焦点  $F_2(-5,0)$ , 则双曲线  $C$  的方程为( )

- A.  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$       B.  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$       C.  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$       D.  $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4} = 1$

参考答案: B

157. “ $a > 0, b > 0$ ” 是 “方程  $ax^2 + by^2 = 1$  表示椭圆” 的( )

- A. 充分不必要条件    B. 必要不充分条件    C. 充要条件    D. 既不充分也不必要条件

参考答案: B

158. 椭圆  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$  的离心率( )

- A.  $\frac{\sqrt{7}}{4}$   
B.  $\frac{9}{16}$   
C.  $\frac{1}{3}$   
D.  $\frac{1}{4}$

参考答案: A

159. 若中心在原点, 焦点在  $x$  轴上的椭圆的长轴长为 18, 且两个焦点恰好将长轴三等分, 则此椭圆的方程是( )

- A.  $\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{72} = 1$   
B.  $\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{9} = 1$   
C.  $\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{45} = 1$   
D.  $\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{36} = 1$

参考答案: A

160. 椭圆  $x^2 + my^2 = 1$  的焦点在  $y$  轴上, 长轴长是短轴长的 2 倍, 则  $m$  的值为( )

- A.  $\frac{1}{2}$   
B. 2

C.  $\frac{1}{4}$

D. 4

参考答案: C

161. 圆心为  $(3, -2)$ , 半径是 5 的圆的方程是 ( ).

A.  $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 25$

B.  $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 25$

C.  $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 25$

D.  $(x+3)^2 + (y+2)^2 = 25$

参考答案: B

162. 平行于直线  $2x+y+1=0$  且与圆  $x^2+y^2=5$  相切的直线的方程是 ( )

A.  $2x-y+\sqrt{5}=0$  或  $2x-y-\sqrt{5}=0$

B.  $2x+y+\sqrt{5}=0$  或  $2x+y-\sqrt{5}=0$

C.  $2x-y+5=0$  或  $2x-y-5=0$

D.  $2x+y+5=0$  或  $2x+y-5=0$

参考答案: D

163. 已知圆 C:  $(x-a)^2 + (y-2)^2 = 4$  ( $a > 0$ ), 有直线  $l: x-y+3=0$ , 当直线  $l$  被

圆 C 截得弦长为  $2\sqrt{3}$  时,  $a$  等于 ( )

A.  $\sqrt{2}-1$

B.  $2-\sqrt{2}$

C.  $\sqrt{2}$

D.  $\sqrt{2}+1$

参考答案: A

164. 直线  $y=2x+b$  与圆  $x^2+y^2=9$  相切, 则  $b$  的值为 ( ).

A.  $3\sqrt{5}$

B.  $-3\sqrt{5}$

C.  $\pm 3\sqrt{5}$

D. 3

参考答案: C

立体几何

165. 三棱锥  $O-ABC$  的侧棱  $OA, OB, OC$  两两垂直且长度分别为 2cm, 2cm, 1cm, 则其外

接球的表面积是 ( )  $\text{cm}^2$ .

A.  $3\pi$

B.  $6\pi$

C.  $9\pi$

D.  $12\pi$

参考答案: C

166. 已知正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $E, F$  分别为  $BB_1, CC_1$  的中点, 那么异面直线

$AE$  与  $D_1F$  所成角的余弦值为 ( ).

A.  $\frac{1}{2}$

B.  $\frac{2}{3}$

C.  $\frac{3}{5}$

D.  $\frac{5}{8}$

参考答案: C

167. 若直线  $l_1$  和  $l_2$  是异面直线,  $l_1$  在平面  $\alpha$  内,  $l_2$  在平面  $\beta$  内,  $l$  是平面  $\alpha$  与平面  $\beta$  的交

线, 则下列命题正确的是 ( )

A.  $l$  至少与  $l_1, l_2$  中的一条相交

B.  $l$  与  $l_1, l_2$  都相交

C.  $l$  至多与  $l_1, l_2$  中的一条相交

D.  $l$  与  $l_1, l_2$  都不相交

参考答案：A

168. 空间四点  $A, B, C, D$  共面而不共线，那么这四点中( )

- A. 必有三点共线      B. 必有三点不共线  
C. 至少有三点共线    D. 不可能有三点共线

参考答案：B

### 概率与统计

169. 从 2, 3, 4, 5, 6 这五个数中任取两个数，则这两个数都是偶数的概率是( )

- A. 0.1                      B. 0.3                      C. 0.5                      D. 0.7

参考答案：B

170. 四位同学各自在“中秋节”、“国庆节”两天中任选一天参加公益活动，则这两天都有同学参加公益活动的概率为( )

- A.  $\frac{1}{8}$                       B.  $\frac{3}{8}$                       C.  $\frac{5}{8}$                       D.  $\frac{7}{8}$

参考答案：D

171. 4 位同学各自在周六、周日两天中任选一天参加公益活动，则周六、周日都有同学参加公益活动的概率为( )

- A.  $\frac{1}{8}$                       B.  $\frac{3}{8}$                       C.  $\frac{5}{8}$                       D.  $\frac{7}{8}$

参考答案：D

172. 利用计算机产生  $0 \sim 1$  之间的均匀随机数  $a$ ，则时间“ $3a-1 > 0$ ”发生的概率为( )

- A.  $\frac{2}{3}$       B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{1}{3}$       D. 无法计算

参考答案：A

173. 完成一项工作，有两种方法，有 5 个人只会用第一种方法，另外有 4 个人只会第二种方法，从这 9 个人中选 1 个人完成这项工作，则不同的选法共有( )

- A. 5 种                      B. 4 种                      C. 9 种                      D. 45 种

参考答案：C

174. 我校兼程楼共有 5 层，每层均有两个楼梯，由一楼到五楼的走法( )

- A. 10 种                      B. 16 种                      C. 25 种                      D. 32 种

参考答案：B

175. 为响应国家“节约粮食”的号召，某同学决定在某食堂提供的 2 种主食、3 种素菜、2 种大荤、4 种小荤中选取一种主食、一种素菜、一种荤菜作为今日伙食，并在用餐时积极践行

“光盘行动”，则不同的选取方法有（ ）

- A. 48 种      B. 36 种      C. 24 种      D. 12 种

参考答案：B

176. 甲、乙、丙 3 人投篮，投进的概率分别是  $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{1}{2}$ . 现 3 人各投篮 1 次，求 3 人都没有投进的概率为（ ）

- A.  $\frac{1}{15}$       B.  $\frac{2}{15}$       C.  $\frac{1}{5}$       D.  $\frac{1}{10}$

参考答案：C

177. 有一排 5 个信号的显示窗，每个窗可亮红灯、可亮绿灯、可不亮灯，则共可以出的不同信号有（ ）

- A. 32 种      B. 25 种      C. 243 种      D. 125 种

参考答案：C

178. 若从 6 名青年志愿者中选出 4 人分别从事景区的“售票处导引”“电子票务咨询”“山顶安全提示”“应急援助”四种不同工作，则选派方案共有（ ）

- A. 180 种      B. 360 种      C. 15 种      D. 30 种

参考答案：B

179. 把 5 件不同的商品在货架上排成一排，其中  $a, b$  两种必须排在一起，而  $c, d$  两种不能排在一起，则不同排法共有（ ）

- A. 12 种      B. 20 种      C. 24 种      D. 48 种

参考答案：C

180.  $\left(\frac{1}{2}x - 2y\right)^5$  的展开式中  $x^2y^3$  的系数是（ ）

- A. -20      B. -5      C. 5      D. 20

参考答案：A

181. 若二项式  $\left(2x + \frac{a}{x}\right)^7$  的展开式中  $\frac{1}{x^3}$  的系数是 84，则实数  $a =$ （ ）

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

参考答案：A

182. 已知  $(1+x)^n$  的展开式中第 4 项与第 8 项的二项式系数相等，则奇数项的二项式系数和为（ ）

- A.  $2^{12}$       B.  $2^{11}$       C.  $2^{10}$       D.  $2^9$

参考答案：D

183. 从 4 名同学中选出 3 人参加物理竞赛，其中甲被选中的概率为（ ）

- A.  $\frac{1}{4}$       B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{3}{4}$       D. 以上都不对

参考答案：C

184. 在国庆阅兵中，某兵种 A, B, C 三个方阵按一定次序通过主席台，若先后次序是随机

排定的, 则 B 先于 A, C 通过的概率为( )

- A.  $\frac{1}{6}$       B.  $\frac{1}{3}$       C.  $\frac{1}{2}$       D.  $\frac{2}{3}$

参考答案: B

185. 从 1, 2, 3, 4 这四个数字中, 任取两个不同的数字构成一个两位数, 则这个两位数大于 30 的概率为( )

- A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\frac{1}{3}$       C.  $\frac{1}{4}$       D.  $\frac{1}{5}$

参考答案: A

186. 从甲地到乙地, 每天有直达汽车 4 班, 从甲地到丙地, 每天有 5 个班车, 从丙地到乙地, 每天有 3 个班车, 则从甲地到乙地不同的乘车方法有( )

- A. 12 种      B. 19 种      C. 32 种      D. 60 种

参考答案: B

187. 某班优秀学习小组有甲、乙、丙、丁、戊共 5 人, 他们排成一排照相, 则甲、乙二人相邻的排法种数为( )

- A. 24      B. 36      C. 48      D. 60

参考答案: C

188. 某节目组决定把《将进酒》《山居秋暝》《望岳》《送杜少府之任蜀州》和另外确定的两首诗词排在后六场做节目开场诗词, 并要求《将进酒》与《望岳》相邻, 且《将进酒》排在《望岳》的前面, 《山居秋暝》与《送杜少府之任蜀州》不相邻, 且均不排在最后, 则后六场开场诗词的排法有( )

- A. 72 种      B. 48 种      C. 36 种      D. 24 种

参考答案: C

189. 已知平面内 A、B、C、D 这 4 个点中任何 3 点不共线, 则由其中每 3 点为顶点的所有三角形的个数为( )

- A. 3      B. 4      C. 12      D. 24

参考答案: B

190. 下列四个问题属于组合问题的是( )

- A. 从 4 名志愿者中选出 2 人分别参加导游和翻译的工作  
B. 从 0,1,2,3,4 这 5 个数字中选取 3 个不同的数字, 组成一个三位数  
C. 从全班同学中选出 3 名同学出席运动会开幕式  
D. 从全班同学中选出 3 名同学分别担任班长、副班长和学习委员

参考答案: C

191. 若  $A_n^3 = 12C_n^2$ , 则  $n$  等于( )

- A. 8      B. 5 或 6  
C. 3 或 4      D. 4

192. 甲、乙两人同时各掷一枚硬币观察两枚硬币哪面向上。这个随机试验的样本空间为 ( )

- A. {正、反}                      B. {正正、反反}
- C. {正正、正反、反正、反反}    D. {正反、反正}

193. 在掷一颗骰子的试验中, 下列事件  $A$  和事件  $B$  为互斥事件的选项是 ( ).

- A.  $A = \{1, 2\}$   $B = \{1, 3, 5\}$       B.  $A = \{2, 4, 6\}$   $B = \{1\}$   
C.  $A = \{1, 5\}$   $B = \{3, 5, 6\}$       D.  $A = \{2, 3, 4, 5\}$   $B = \{1, 2\}$

194. 集合  $A = \{2, 3\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ , 从  $A$ 、 $B$  中各任意取一个数, 则这两数之和等于 4 的概率是 ( )

- A.  $\frac{2}{3}$       B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{1}{3}$       D.  $\frac{1}{6}$

195. 从乒乓球运动员男 5 名、女 6 名中组织一场混合双打比赛, 不同的组合方法种数为( )

- A.  $C_5^2 C_6^2$     B.  $C_5^2 A_6^2$     C.  $C_5^2 A_2^2 C_6^2 A_2^2$     D.  $A_5^2 A_6^2$

196. 从正方体的 8 个顶点中选取 4 个作为顶点, 可得到四面体的个数为 ( )

- A.  $C_8^4 - 12$       B.  $C_8^4 - 8$       C.  $C_8^4 - 6$       D.  $C_8^4 - 4$

197. 已知 5 件产品中有 2 件次品, 其余为合格品, 现从这 5 件产品中任取 2 件, 恰有一件次品的概率为( )

- A. 0.4                      B. 0.6                      C. 0.8                      D. 1

## 导数

198. 若  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上可导,  $f(x) = x^2 + 2f'(2)x + 3$ , 则  $f'(3) = (\quad)$

- A.  $-2$                       B.  $2$                       C.  $-12$                       D.  $12$

## 二、填空题:

## 集合与逻辑

1. 已知集合  $A = \{1, 3, 7, 9\}$ , 则集合  $A$  的真子集个数为 \_\_\_\_\_.

参考答案: 15 个

2. 已知集合  $A = \{x | x^2 - 4x + 3 = 0\}$ , 则集合  $A$  的非空子集个数为 \_\_\_\_\_.

参考答案：3 个

3. 已知集合  $A = \{x | ax^2 - 3x - 2 = 0, a \neq 0\}$  中只有一个元素, 则实数  $a$  的值是\_\_\_\_\_.

参考答案:  $-\frac{9}{8}$

4. 已知集合  $A = \{0, 1, 2\}$ , 则集合  $A$  的子集个数为\_\_\_\_\_.

参考答案: 8

5. 已知集合  $A = \{1, 3, 5\}$ , 集合  $B = \{1, a\}$ , 且  $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 2

6. 设  $A = \{x | -2 < x < 4\}$ ,  $B = \{x | x \geq -1\}$ , 则  $A \cup B =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $\{x | x > -2\}$

7. 设  $A = (1, +\infty)$ ,  $B = (-2, 3]$ , 则  $A \cap B =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $(1, 3]$

8. 设全集为  $U = \mathbb{R}$ ,  $A = \{x | -4 < x \leq 7\}$ , 则集合  $C_U A =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $\{x | x \leq -4 \text{ 或 } x > 7\}$

9. 设全集为  $U = \mathbb{R}$ ,  $A = \{x | x < -3 \text{ 或 } x \geq 9\}$ , 则集合  $C_U A =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $\{x | -3 \leq x < 9\}$

10. 设全集为  $U = \{x | x < 10, x \in \mathbb{N}_+\}$ ,  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6\}$ , 则

$(C_U A) \cap (C_U B) =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $\{7, 8, 9\}$

11. 已知集合  $U = \{1, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $A = \{1, 5, 7\}$ ,  $B = \{4, 5\}$ , 则  $A \cup (C_U B) =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $\{1, 5, 6, 7\}$

12. 已知集合  $A = \{x | x < 4\}$ , 集合  $B = \{x | x \geq -2\}$ , 则  $A \cap B =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $\{x | -2 \leq x < 4\}$

13. 设全集  $U = \mathbb{R}$ . 若集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{x | 2 \leq x < 3\}$ , 则  $A \cap (C_U B) =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $\{1, 3, 4\}$

不等式

14.  $a < b < 0$ , 则  $\frac{1}{a}$  \_\_\_\_\_  $\frac{1}{b}$  ( 比较大小 ).

参考答案:  $>$

15. 不等式  $|2x - 3| < 3$  的解集为\_\_\_\_\_.

参考答案:  $\{x | 0 < x < 3\}$

16. 不等式  $(x+1)(x-5) > 0$  的解集为 \_\_\_\_\_.

参考答案:  $\{x | x > 5 \text{ 或 } x < -1\}$

17. 不等式  $2 - |1 - x| \leq 0$  的解集为\_\_\_\_\_. (用区间表示)

参考答案:  $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$

18. 已知实数  $a, b$  满足  $0 < a < b < 2$ , 则  $a - b$  的取值范围是\_\_\_\_\_. (用区间表示)

参考答案:  $(-2, 0)$

19. 已知不等式  $ax - 1 > x + 2$  的解集为  $(2, +\infty)$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $\frac{5}{2}$

20. 已知  $1 < a < 3, 2 < b < 3$ , 则  $a-2b$  的取值范围是\_\_\_\_\_.(用区间表示)

参考答案:  $(-5, -1)$

### 函数

21.  $0.125^{-\frac{1}{3}} + 81^{\frac{3}{4}} - \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} + (\sqrt{3}-1)^0 =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 21

22.  $[(-5)^2]^{\frac{1}{2}} - (-3)^0 =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 4

23.  $9^{\frac{1}{2}} \times 2^{-2} =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $\frac{3}{4}$

24. 已知  $9^x = \left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$ , 则  $x =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 2

25. 已知  $4^x = 2^{\log_2 8}$ , 则  $x =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $\frac{3}{2}$

26.  $\lg \frac{5}{2} + 2 \lg 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: -1

27. 若  $a = \log_4 3$ , 则  $2^a + 2^{-a} =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

28.  $\lg 25 + \lg 40 =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 3

29.  $(\lg 5)^2 + \lg 2 \cdot \lg 5 + \lg 20 =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 2

30.  $\log_3 \frac{1}{2} + \log_3 \frac{2}{3} + \log_3 \frac{3}{4} + \cdots + \log_3 \frac{8}{9} =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: -2

31.  $\log_2^{\frac{1}{4}} + \log_3^9 + \log_5^{\frac{1}{125}} =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: -3

32. 设指数函数  $y = a^x$ , 经过点(3,8), 则  $f(-2) =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $\frac{1}{4}$



33. 若函数  $y = f(x)$  是函数  $y = a^x$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ) 的反函数, 且  $f(2) = 1$ , 则  $f(x) =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $\log_2 x$

34. 函数  $f(x) = 3x^2 - 4$ , 则  $f(2) =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 8

35. 二次函数  $f(x) = -(x+2)^2 - 3$  的递增区间为\_\_\_\_\_.

参考答案:  $(-\infty, -2]$

36. 二次函数  $f(x) = (x-3)(x+1)$  的递增区间为\_\_\_\_\_.

参考答案:  $[1, +\infty)$

37. 二次函数  $f(x) = (x-7)^2 - 5$  的递减区间为 \_\_\_\_\_.

参考答案:  $(-\infty, 7]$

38. 若函数  $f(x) = x \ln(x + \sqrt{a+x^2})$  为偶函数, 则  $a =$  \_\_\_\_\_

参考答案: 1

39. 若  $f(x) = x^3 - 2x + a$  的是奇函数, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 0

40. 若  $f(x)$  的是定义在  $R$  上的奇函数, 当  $x \geq 0$  时,  $f(x) = x^2 - 2x$ , 则当  $x < 0$  时,  $f(x) =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $-x^2 - 2x$

41. 二次函数  $f(x) = -(x-2)^2 + 5$  的最大值为 \_\_\_\_\_.

参考答案: 5

42. 二次函数  $f(x) = (x+3)^2 - 6$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

参考答案: -6

43. 二次函数  $f(x) = -x^2 + 2x + 3$  的最大值为 \_\_\_\_\_.

参考答案: 4

44. 二次函数  $f(x) = x^2 - 12x + 20$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

参考答案: -16

45. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-3}, & x \geq 3 \\ x+2, & x < 3 \end{cases}$ , 则  $f(9) =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $\sqrt{6}$

46. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x \leq -1 \\ 2^x, & x > -1 \end{cases}$ , 则  $f(0) =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 1

### 三角函数与解三角形

47.  $\sin 120^\circ$  的值等于\_\_\_\_\_.

参考答案:  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

48. 已知  $\sin \alpha - \cos \alpha = -\frac{1}{5}$ , 则  $\sin 2\alpha =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $\frac{24}{25}$

49. 已知  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ , 且  $\alpha$  为第一象限角, 则  $\cos 2\alpha =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $\frac{7}{25}$

50. 已知  $\tan \alpha = 2$ , 则  $\tan 2\alpha =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $-\frac{4}{3}$

51. 求值:  $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

52. 求值:  $\frac{1+\tan 15^\circ}{1-\tan 15^\circ} =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $\sqrt{3}$

53. 函数  $y = 1 + \cos x - \sin x$  的周期为\_\_\_\_\_.

参考答案:  $2\pi$

54.  $\sin 70^\circ \cos 10^\circ - \cos 70^\circ \sin 10^\circ =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

55.  $\cos 80^\circ \cos 20^\circ + \sin 80^\circ \sin 20^\circ =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $\frac{1}{2}$

56.  $\frac{\tan 10^\circ + \tan 20^\circ}{1 - \tan 10^\circ \tan 20^\circ} =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

57. 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $b = 2a, B = A + 60^\circ$ , 则  $A =$ \_\_\_\_\_.(用角度制表示)

参考答案:  $30^\circ$

58. 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $a = 1, b = \sqrt{3}, A + C = 2B$ , 则  $C =$ \_\_\_\_\_.(用角度制表示)

参考答案:  $90^\circ$

59. 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $a = b \cos C + c \sin B$ , 则  $B =$ \_\_\_\_\_.(用角度制表示)

参考答案:  $45^\circ$

60. 若函数  $y = \sin \omega x$  的最小正周期是  $4\pi$ , 那么常数  $\omega$  是\_\_\_\_\_.

参考答案:  $\frac{1}{2}$

61. 函数  $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$  的最小正周期是\_\_\_\_\_.

参考答案:  $\pi$

62. 函数  $f(x) = 2 \cos x$  的最大值是\_\_\_\_\_.

参考答案: 2

63. 函数  $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{4})$  的最小正周期是\_\_\_\_\_.

参考答案:  $\pi$

64. 已知  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ , 则  $\sin 2\alpha$  的值是\_\_\_\_\_.

参考答案:  $\frac{24}{25}$

65. 已知  $\alpha$  是第四象限角,  $\tan \alpha = -\frac{5}{12}$ , 则  $\sin \alpha =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $-\frac{5}{13}$

66. 若角  $\alpha$  的终边过点  $P(5, -12)$ , 则  $\sin \alpha + \cos \alpha =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $-\frac{7}{13}$

67. 已知  $\cos(\frac{\pi}{6} + \theta) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , 则  $\cos(\frac{5\pi}{6} - \theta) =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

68. 函数  $y = \sin(\pi + x)$ ,  $x \in [-\frac{\pi}{2}, \pi]$  的单调增区间是\_\_\_\_\_.

参考答案:  $[\frac{\pi}{2}, \pi]$

69.  $\cos 15^\circ$  的值是\_\_\_\_\_.

参考答案:  $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

## 数列

70. 数列 0, 3, 8, 15, 24, ... 的一个通项公式为\_\_\_\_\_.

参考答案:  $a_n = n^2 - 1$

71. 在等比数列  $\{a_n\}$  中, 如果  $a_1 = 8$ ,  $q = -\frac{1}{2}$ , 那么  $a_4 =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: -1

72. 已知数列的前  $n$  项和为  $S_n = n^2 + 3n$ , 则它的第 5 项  $a_5$  为\_\_\_\_\_.

参考答案: 12

73. 在等差数列  $\{a_n\}$  中, 如果  $a_3 = 8$ ,  $a_7 = 20$ , 那么公差  $d =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 3

74. 一个等差数列  $\{a_n\}$  的前 7 项和  $S_7 = 63$ , 那么  $a_4 =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 9

75. 等差数列  $\{a_n\}$  中, 如果  $a_1 = -3$ ,  $a_n = 21$ ,  $d = 2$ , 那么  $n =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 13

76. 在等比数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 1$ ,  $a_5 = 16$ , 则  $a_3 =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 4

77.  $\sqrt{2} - 1$  与  $\sqrt{2} + 1$  的等比中项是\_\_\_\_\_.

参考答案:  $\pm 1$

78. 已知数列的前  $n$  项和为  $S_n = 5n^2 + 3n$ , 则它的第 5 项  $a_5$  为\_\_\_\_\_.

参考答案: 48

79. 已知数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 1$ ,  $a_n = a_{n-1} + \frac{1}{2}$  ( $n \geq 2$ ), 则数列  $\{a_n\}$  的前 9 项和等于\_\_\_\_\_.

参考答案: 27

80. 等差数列  $\{a_n\}$  中, 如果  $a_3 + a_7 + a_{11} = 18$ , 则  $a_7 =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 6

81. 等比数列  $\{a_n\}$  中, 如果  $a_3 = 9$ ,  $a_6 = 243$ , 则公比  $q =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 3

82. 等比数列  $\{a_n\}$  中, 如果公比  $q = 3$ , 前三项和  $S_3 = 13$ , 则  $a_1 =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 1

83. 在等差数列  $\{a_n\}$  中, 已知  $a_3 + a_8 = 10$ , 则  $3a_5 + a_7 =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 20

84. 若  $S_n$  是等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 且  $S_8 - S_3 = 20$ , 则  $S_{11}$  的值为\_\_\_\_\_.

参考答案: 44

85. 数列  $\{a_n\}$  中  $a_1 = 2$ ,  $a_{n+1} = 2a_n$ ,  $S_n$  为  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 若  $S_n = 126$ , 则  $n =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 6

86. 若三个正数  $a$ ,  $b$ ,  $c$  成等比数列, 其中  $a = 5 + 2\sqrt{6}$ ,  $c = 5 - 2\sqrt{6}$ , 则  $b =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 1

### 平面向量

87. 已知向量  $\overrightarrow{AB} = b - a$ ,  $\overrightarrow{BC} = c - b$ , 则  $\overrightarrow{AC} =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $c - a$

88. 已知向量  $a = (1, 2)$ , 向量  $b = (-2, 4)$ , 则向量  $b - a$  为\_\_\_\_\_.

参考答案:  $(-3, 2)$

89. 若向量  $m = (4, 2)$ ,  $n = (k, -1)$  共线, 则  $k$  的值是\_\_\_\_\_.

参考答案:  $k = -2$

90. 已知向量  $a = (3, -1)$ ,  $b = (m, 2)$ ,  $c = (-3, 1)$ , 若  $(a + 2b) \parallel c$ , 则  $m =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: -6

91. 已知向量  $a$  和向量  $b$  的夹角为  $30^\circ$ ,  $|a| = 2$ ,  $|b| = \sqrt{3}$ , 则向量  $a$  和向量  $b$  的数量积  $a \cdot b =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 3

92. 已知向量  $a = (1-x, 2)$ ,  $b = (2, -1)$ , 若  $a \parallel b$ , 则  $x =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 5

93. 已知  $A = (1, 2)$ ,  $B(3, 4)$ ,  $\overrightarrow{AC} = (m, 6)$ , 若  $\overrightarrow{AC} \parallel \overrightarrow{AB}$ , 则  $m =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 6

94. 已知向量  $a = (3, x)$ ,  $b = (6, -2)$ , 若  $a \parallel b$ , 则  $x =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: -1

95. 已知向量  $a = (2, -3)$ ,  $b = (x, 4)$ , 若  $a \perp b$ , 则  $x =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 6

96. 已知向量  $a = (3, -2)$ ,  $b = (m, m+1)$ , 若  $a \perp b$ , 则  $m =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 2

97. 已知向量  $a = (1, m)$ ,  $b = (m, 1)$ , 若  $|a+b| = |a-b|$ , 则  $m =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 0

98. 已知平面向量  $a = (1, 2)$ ,  $b = (1, -1)$ , 则向量  $2a - 3b =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $(-1, 7)$

99. 若三点  $P(1, 1)$ ,  $A(2, -4)$ ,  $B(x, -9)$  共线, 则  $x$  的值为\_\_\_\_\_.

参考答案: 3

100. 若  $A(0, 3)$ ,  $B(-3, 0)$ ,  $C(6, y)$  三点共线, 则  $y =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 9

101. 若  $A(1, 4)$ ,  $B(2, m)$ ,  $C(6, -1)$  三点共线, 则  $m =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 3

102. 已知向量  $a = (6, -3)$ ,  $b = (-4, 3)$ , 则  $a \cdot b =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: -33

103. 已知  $|a| = 4$ ,  $|b| = 3$ ,  $|a - b| = \sqrt{7}$ , 则  $|a + b| =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $\sqrt{43}$

104. 已知  $a$  与  $b$  不共线, 而且  $a - xb$  与  $3a + 2b$  共线, 则  $x =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $-\frac{2}{3}$

### 解析几何

105. 直线  $l_1: x + ky + 1 = 0$  与  $l_2: 2x + y + 2 = 0$  互相垂直, 则  $k$  的值为\_\_\_\_\_.

参考答案: -2

106. 对于任意实数  $k$ , 直线  $(3k+2)x - ky - 2 = 0$  与圆  $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$  的位置关系是\_\_\_\_\_.

参考答案: 相切或相交

107. 点  $M(1, 2, -3)$  关于原点的对称点是\_\_\_\_\_.

参考答案:  $(-1, -2, 3)$

108. 已知直线  $l_1: y = kx$  与直线  $l_2: y = -4x + 1$  平行, 则  $k$  的值为\_\_\_\_\_.

参考答案: -4

109. 已知直线  $l_1: 6x - ky + 1 = 0$  与  $l_2: x + 2y - 5 = 0$  互相垂直, 则  $k$  的值为\_\_\_\_\_.

参考答案: 3

110. 直线  $l_1: 2x - y + 1 = 0$  与  $l_2: 4x - 2y + 3 = 0$  的位置关系是\_\_\_\_\_.

参考答案: 平行

111. 直线  $l_1: x + 2y - 1 = 0$  与  $l_2: 2x + 4y + 3 = 0$  的距离是\_\_\_\_\_.

$x + 2y - 1 = 0$

112. 若直线  $y = x + m$  与圆  $x^2 + y^2 = 4$  相切, 则  $m =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $\pm 2\sqrt{2}$

113. 直线  $3x+4y-10=0$  与圆  $(x-1)^2+(y-2)^2=9$  的位置关系是\_\_\_\_\_.

参考答案: 相交

114. 圆  $x^2+y^2=4$  上的点到直线  $3x+4y-15=0$  的最大距离是\_\_\_\_\_.

参考答案: 5

115. 圆心在直线  $x-2y=0$  上的圆  $C$  与  $y$  轴的正半轴相切, 圆  $C$  截  $x$  轴所得弦的长为  $2\sqrt{3}$ , 则圆  $C$  的标准方程为\_\_\_\_\_.

参考答案:  $(x-2)^2+(y-1)^2=4$

116.  $P(x, y)$  在圆  $C:(x-1)^2+(y-1)^2=1$  上移动, 则  $x^2+y^2$  的最小值为\_\_\_\_\_.

参考答案:  $3-2\sqrt{2}$

117. 设  $AB$  是椭圆  $\Gamma$  的长轴, 点  $C$  在  $\Gamma$  上, 且  $\angle CBA = \frac{\pi}{4}$ . 若  $AB=4$ ,  $BC=\sqrt{2}$ , 则  $\Gamma$  的两个焦点之间的距离为\_\_\_\_\_.

参考答案:  $\frac{4\sqrt{6}}{3}$

118. 若抛物线  $y^2=2px$  的焦点与椭圆  $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$  的右焦点重合, 则  $P$  的值为\_\_\_\_\_.

参考答案:  $p=4$

#### 立体几何

119. 若一个圆柱的侧面展开图是边长为 2 的正方形, 则此圆柱的体积为\_\_\_\_\_.

参考答案:  $\frac{2}{\pi}$

120. 若正三棱柱的所有棱长均为  $a$ , 且其体积为  $16\sqrt{3}$ , 则  $a=$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 4

121. 三棱锥  $P-ABC$  中,  $PA \perp$  底面,  $PA=3$ , 底面是边长为 2 的正三角形, 则此三棱锥的体积等于\_\_\_\_\_.

参考答案:  $\sqrt{3}$

#### 概率统计

122. 从一副扑克牌 (52 张, 无大小王) 中随机抽取 1 张, 事件  $A$  为 “抽得黑桃  $K$ ”, 事件  $B$  为 “抽得为红桃”, 则概率  $P(A \cup B) =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $\frac{7}{26}$

123. 在 1, 2, 3, 4 四个数中, 可重复地选取两个数, 其中一个数是另一个数的 2 倍的概率是\_\_\_\_\_.

参考答案:  $\frac{1}{4}$

124. 同时掷三个质地均匀的骰子, 三个骰子的点数都不相同的概率是\_\_\_\_\_.

参考答案:  $\frac{5}{9}$

125. 正六边形的 6 个顶点中随机选取 3 个顶点, 能构成直角三角形的概率是\_\_\_\_\_.

参考答案:  $\frac{3}{5}$

126. 有 5 张卡片, 分别写着 1, 2, 3, 4, 5, 从中随机抽取 3 张卡片, 这 3 张卡片上的数字能构成等差数列的概率是\_\_\_\_\_.

参考答案:  $\frac{2}{5}$

127. 盒子里共有大小相同的 3 只白球, 1 只黑球, 若从中随机地摸出两只球, 则它们颜色不同的概率是\_\_\_\_\_.

参考答案:  $\frac{1}{2}$

128. 三张卡片上分别写上字母 E、E、B, 将三张卡片随机地排成一行, 恰好排成英文单词 BEE 的概率为\_\_\_\_\_.

参考答案:  $\frac{1}{3}$

129. 从 4 本数学书和 2 本语文书中选 2 本, 恰好选到 1 本数学书和 1 本语文书的概率为\_\_\_\_\_.

参考答案:  $\frac{8}{15}$

130. 在平面直角坐标系中, 从五个点:  $A(0, 0)$ ,  $B(2, 0)$ ,  $C(1, 1)$ ,  $D(0, 2)$ ,  $E(2, 2)$  中任取三个, 这三点能构成三角形的概率是\_\_\_\_\_.

参考答案: 0.8

131. 从集合  $\{a, b, c, d\}$  的子集中任取一个, 这个集合是集合  $\{a, b, c\}$  的子集的概率是\_\_\_\_\_.

参考答案: 0.5

132. 一袋中有红球 5 个、黑球 4 个, 现从中任取 5 个球, 至少有 1 个红球的概率为\_\_\_\_\_.

参考答案: 1

133. 某密码锁的密码由 4 个数字组成, 每个数字可以是 0, 1, 2, ..., 9 十个数字中的任意一个, 若不知道密码随机输入一次便打开锁的概率为\_\_\_\_\_.

参考答案: 0.0001

134. 盒子中装有编号为 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 的九个球, 从中任意取出两个, 则这两个球的编号之积为偶数的概率是\_\_\_\_\_.

参考答案:  $\frac{13}{18}$

135. 从字母  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 、 $e$  中任取两个不同的字母, 则取到字母  $a$  的概率为\_\_\_\_\_.

参考答案:  $\frac{2}{5}$

136. 将一个三棱锥的每个顶点染上一种颜色, 并使每一条棱的两端点异色, 若只有五种颜色可使用, 则不同染色的方法种数为\_\_\_\_\_.

参考答案: 120

137. 三名教师教六个班的课, 每人教两个班, 分配方案共有\_\_\_\_\_种.

参考答案: 90

138. 某餐厅有 3 种主食 (米饭、面条、馒头) 和 2 种汤 (紫菜汤、鸡蛋汤), 随机选 1 种主食和 1 种汤. 记“选米饭”为事件 A, “选鸡蛋汤”为事件 B, 则事件 A, B 中至少有一件发生的概率是\_\_\_\_\_.

参考答案:  $\frac{2}{3}$

139. 从 4 名男生和 2 名女生中任选 3 人参加数学竞赛, 则所选 3 人中, 女生人数不超过 1 人的概率为\_\_\_\_\_.

参考答案: 0.8

140. 甲乙两人独立地解同一道数学题, 甲解出这道题的概率是 0.8, 乙解出这道题的概率是 0.6, 则这道题被解出的概率是\_\_\_\_\_.

参考答案: 0.92

141. 事件 A 与 B 相互独立,  $P(A) = 0.6$ ,  $P(A \cup B) = 0.7$ , 则  $P(B) =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 0.25

142. 事件  $A$  与  $B$  相互独立,  $P(A)=\frac{1}{3}, P(B)=\frac{1}{4}$ , 则  $P(\overline{A} \cap B)=$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $\frac{1}{6}$

143.  $(x^3 + \frac{1}{x})^7$  的展开式中  $x^5$  的系数是\_\_\_\_\_.

参考答案: 35

144. 二项式  $(x+1)^n (n \in N_+)$  的展开式中  $x^2$  的系数为 15, 则  $n =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 6

145.  $(x^2 - \frac{2}{x^3})^5$  的展开式中的常数项为\_\_\_\_\_.

参考答案: 40

### 三、解答题

#### 集合与逻辑

1. 已知全集  $S = R$ , 集合  $A = \{x | 1 < x < 3\}$ , 集合  $B = \{x | x > 2\}$ , 求  $A \cap C_S B$  和  $A \cap B$ .

参考答案:  $A \cap C_S B = \{x | 1 < x \leq 2\}$ ,  $A \cap B = \{x | 2 < x < 3\}$

2. 已知集合  $A = \{x | (x+1)(x-4) \leq 0\}$ , 集合  $B = \{x | 1 \leq x < 2\}$ , 求  $A \cap B$  和  $A \cup B$ .

参考答案:  $A \cap B = \{x | 1 \leq x < 2\}$ ,  $A \cup B = \{x | -1 \leq x \leq 4\}$

3. 已知集合  $A = \{x | x^2 - 9 < 0\}$ , 集合  $B = \{x | -1 < x \leq 4\}$ , 求  $A \cap B$  和  $A \cup B$ .

参考答案:  $A \cap B = \{x | -1 < x < 3\}$ ,  $A \cup B = \{x | -3 < x \leq 4\}$

#### 函数

4. (新定义) 已知  $y = f(x)$  是定义在  $D$  上的函数, 对于  $D$  上任意给定的两个自变量的值  $x_1$ ,  $x_2$ , 当  $x_1 \neq x_2$  时, 如果总有  $f(x_1) \neq f(x_2)$ , 就称函数  $y = f(x)$  为“可逆函数”.

(1) 判断函数  $f_1(x) = x + \frac{1}{x}$  是否为“可逆函数”, 并说明理由.

(2) 已知函数  $y = f_2(x)$  在区间  $(0, +\infty)$  上单调递增, 证明:  $F(x) = f_2(x) - \frac{1}{x}$ ,  $x \in (0, +\infty)$

是“可逆函数”.

参考答案: (1)  $f_1(x) = x + \frac{1}{x}$  不是“可逆函数”.

(1) 因为  $f_1(x) = x + \frac{1}{x}$  在  $(0, 1)$  上单调递减, 在  $(1, +\infty)$  上单调递增, 所以

$$f_1(x)_{\min} = f_1(1) = 2,$$

则  $f_1(x)$  与  $y = a (a > 2)$  的图象恒有两个不同的交点, 记为  $x_1, x_2$ ,

则  $x_1 \neq x_2$ ,  $f_1(x_1) = f_1(x_2) = a$ , 不符合“可逆函数”定义,

所以  $f_1(x) = x + \frac{1}{x}$  不是“可逆函数”.



(2) 任取  $x_2 > x_1 > 0$ , 则  $F(x_2) - F(x_1) = f_2(x_2) - \frac{1}{x_2} - f_2(x_1) + \frac{1}{x_1} = x f_1(x_1) = f_1(x_2) = a$ .

因为  $f_2(x)$  在区间  $(0, +\infty)$  上单调递增, 所以  $f_2(x_2) - f_2(x_1) > 0$ ,

又  $x_2 - x_1 > 0$ ,  $x_1 x_2 > 0$ , 所以  $F(x_2) - F(x_1) > 0$ ,

所以  $F(x)$  在区间  $(0, +\infty)$  上单调递增, 则当  $x_1 \neq x_2$  时,  $F(x_1) \neq F(x_2)$  恒成立,

所以  $F(x) = f_2(x) - \frac{1}{x}, x \in (0, +\infty)$  是“可逆函数”.

5. (条件开放) 已知函数  $f(x)$  满足  $f(x-1) = x^2 - x$ .

(1) 求  $f(x)$  的解析式.

(2) 从下面两个条件中选一个, 求实数  $a$  的取值范围.

①若“ $\exists x \in \mathbf{R}, f(x) > ax^2 + ax + 1$ ”为假命题;

②若“ $\exists x \in \mathbf{R}, f(x) > ax^2 + ax + 1$ ”为真命题.

(1) 令  $t = x - 1$ , 则  $x = t + 1$ , 即  $f(t) = (t+1)^2 - (t+1) = t^2 + t$ , 故  $f(x) = x^2 + x$ .

(2) **方案一** 选①.

由“ $\exists x \in \mathbf{R}, f(x) > ax^2 + ax + 1$ ”为假命题, 知“ $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) \leq ax^2 + ax + 1$ ”为真命题,

则有不等式  $x^2 + x \leq ax^2 + ax + 1$ , 整理可得  $(a-1)x^2 + (a-1)x + 1 \geq 0$ ,

则问题等价于  $(a-1)x^2 + (a-1)x + 1 \geq 0$  在  $\mathbf{R}$  上恒成立.

当  $a = 1$  时, 不等式整理为  $1 \geq 0$ , 显然成立;

当  $a \neq 1$  时, 可得  $\begin{cases} a-1 > 0, \\ \Delta \leq 0, \end{cases}$  由  $\Delta = (a-1)^2 - 4(a-1) \leq 0$ , 整理可得  $(a-1)(a-5) \leq 0$ , 解

得  $1 \leq a \leq 5$ , 即可得  $1 < a \leq 5$ .

综上, 实数  $a$  的取值范围是  $[1, 5]$ .

**方案二** 选②.

不等式  $x^2 + x > ax^2 + ax + 1$ , 整理可得  $(a-1)x^2 + (a-1)x + 1 < 0$ ,

则问题等价于  $(a-1)x^2 + (a-1)x + 1 < 0$  在  $\mathbf{R}$  上有解.

当  $a = 1$  时, 不等式整理为  $1 < 0$ , 显然不成立;

当  $a > 1$ , 即  $a-1 > 0$  时, 可得  $\Delta > 0$ , 则  $\Delta = (a-1)^2 - 4(a-1) > 0$ , 整理可得

$(a-1)(a-5) > 0$ , 解得  $a < 1$  或  $a > 5$ , 即可得  $a > 5$ ;

当  $a < 1$ , 即  $a-1 < 0$  时, 令  $g(x) = (a-1)x^2 + (a-1)x + 1$ , 该函数为开口向下的抛物线, 则命题显然成立.

综上,  $a$  的取值范围是  $(-\infty, 1) \cup (5, +\infty)$ .

6. 已知函数  $f(x) = x^2 - x - 6$ , 求  $f(5)$  的值和函数  $f(x)$  的零点.

参考答案:  $f(5) = 14$ , 函数  $f(x)$  的零点为 3, -2

7. 已知函数  $f(x) = x^2 - x - 12$ , 求  $f(2)$  的值和函数  $f(x)$  的零点.

参考答案:  $f(2) = -10$ , 函数  $f(x)$  的零点为 4, -3

8. 已知函数  $f(x) = x^2 + 5x + C$  经过点  $(0, 7)$ , 求  $C$  的值及  $f(x) < 4x + 5$  的解集.

参考答案:  $C = 7$ ,  $f(x) < 4x + 5$  的解集为  $\phi$

9. 已知函数  $f(x) = kx + 3$ , 当  $k = 3$  时, 求  $f(-3)$  的值; 当  $k = -2$  时, 求  $f(x)$  在区间  $[-1, 4]$  上的最大值与最小值.

参考答案:  $f(-3) = -6$ ,  $f(x)$  的最大值为 5, 最小值为 -5

10. 已知函数  $f(x) = kx + b$ , 且  $f(0) = 5$ , 求  $b$  的值; 若  $f(x)$  在区间  $[-1, 2]$  上的最大值为 8, 求  $k$  的值.

参考答案:  $b = 5$ ,  $k = \frac{3}{2}$  或  $k = -3$

11. 已知函数  $f(x) = 4^x + m \cdot 2^x + 1$  有且仅有一个零点.

(1) 求  $m$  的值;

(2) 求函数的零点.

参考答案: (1)  $m = -2$  时,  $f(x)$  有唯一零点. (2) 函数的零点为 0

12. 设函数  $f(x) = \left| 1 - \frac{1}{x} \right|$  ( $x > 0$ ).

(1) 当  $0 < a < b$ , 且  $f(a) = f(b)$  时, 求  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$  的值;

(2) 若方程  $f(x) = m$  有两个不相等的正根, 求  $m$  的取值范围.

参考答案: (1)  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2$ . (2)  $0 < m < 1$

解三角形

13. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的对边分别为  $a$ 、 $b$ 、 $c$ , 满足  $A + C = 2B$ , 且

$$\cos(B+C) = -\frac{11}{14}.$$

(1) 求  $\cos C$  的值;

(2) 若  $a = 5$ , 求  $\triangle ABC$  的面积.

参考答案: (1)  $\cos C = \frac{1}{7}$  (2)  $S_{\triangle ABC} = 10\sqrt{3}$

14. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A$ 、 $B$ 、 $C$  所对的边分别为  $a$ 、 $b$ 、 $c$ , 且  $\cos \frac{A+C}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ . [

(1) 求  $\cos B$  的值;

(2) 若  $a=3$ ,  $b=2\sqrt{2}$ , 求  $c$  的值.

参考答案: (1)  $\cos B = 1 - 2\sin^2 \frac{B}{2} = \frac{1}{3}$  (2)  $c=1$

数列

15. 已知  $S_n$  是等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和,  $a_5 = -2$ ,  $a_8 = 16$ , 求等比数列  $\{a_n\}$  的前 6 项和  $S_6$ .

参考答案:  $\frac{21}{8}$

16. 设  $S_n$  为等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 若  $S_3 = 3$ ,  $S_6 = 24$ , 求等差数列  $\{a_n\}$  通项公式和第 9 项  $a_9$ .

参考答案: 15

17. 等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_2 = 4$ ,  $a_4 + a_7 = 15$ .

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 设  $b_n = 2a_n - 2 + n$ , 求  $b_1 + b_2 + b_3 + \cdots + b_{10}$  的值.

参考答案: (1)  $a_n = n + 2$  (2) 185

18. 已知数列  $\{a_n\}$  为等差数列, 且  $a_1 + a_5 = -12$ ,  $a_4 + a_8 = 0$ .

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 若等比数列  $\{b_n\}$  满足  $b_1 = -8$ ,  $b_2 = a_1 + a_2 + a_3$ , 求数列  $\{b_n\}$  的通项公式.

参考答案: 解: (1) 设等差数列  $\{a_n\}$  的公差为  $d$ ,

因为  $a_1 + a_5 = 2a_3 = -12$ ,  $a_4 + a_8 = 2a_6 = 0$ ,

$$\text{所以 } \begin{cases} a_3 = -6, \\ a_6 = 0, \end{cases} \quad \text{所以 } \begin{cases} a_1 + 2d = -6, \\ a_1 + 5d = 0, \end{cases} \quad \text{解得 } \begin{cases} a_1 = -10, \\ d = 2. \end{cases}$$

所以  $a_n = -10 + 2(n-1) = 2n - 12$ ,  $n \in \mathbf{N}^*$ .

(2) 设等比数列  $\{b_n\}$  的公比为  $q$ ,

因为  $b_2 = a_1 + a_2 + a_3 = -24$ ,  $b_1 = -8$ ,

所以  $-8q = -24$ , 即  $q = 3$ ,

因此  $b_n = b_1 \cdot q^{n-1} = (-8) \times 3^{n-1}$ ,  $n \in \mathbf{N}^*$ .

19. 在等比数列  $\{a_n\}$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ) 中,  $a_1 > 1$ , 公比  $q > 0$ . 设  $b_n = \log_2 a_n$ , 且  $b_1 + b_3 + b_5 = 6$ ,  $b_1 b_3 b_5 = 0$ .

(1) 求证: 数列  $\{b_n\}$  是等差数列;

(2) 求  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$  及  $\{a_n\}$  的通项公式  $a_n$ .

参考答案: (1) 证明: 因为  $b_n = \log_2 a_n$ ,

所以  $b_{n+1} - b_n = \log_2 a_{n+1} - \log_2 a_n$

$$= \log_2 \frac{a_{n+1}}{a_n} = \log_2 q (q > 0) \text{ 为常数,}$$

所以数列  $\{b_n\}$  为等差数列且公差  $d = \log_2 q$ .

(2) 解: 因为  $b_1 + b_3 + b_5 = 6$ ,

所以  $(b_1 + b_5) + b_3 = 2b_3 + b_3 = 3b_3 = 6$ , 即  $b_3 = 2$ .

又因为  $a_1 > 1$ ,

所以  $b_1 = \log_2 a_1 > 0$ , 又因为  $b_1 \cdot b_3 \cdot b_5 = 0$ , 所以  $b_5 = 0$ ,

$$\text{即 } \begin{cases} b_3 = 2, \\ b_5 = 0, \end{cases} \quad \text{即 } \begin{cases} b_1 + 2d = 2, \\ b_1 + 4d = 0, \end{cases} \quad \text{解得 } \begin{cases} b_1 = 4, \\ d = -1, \end{cases}$$

$$\text{因此 } S_n = \frac{9n - n^2}{2}.$$

又因为  $d = \log_2 q = -1$ ,

$$\text{所以 } q = \frac{1}{2}, \quad b_1 = \log_2 a_1 = 4,$$

即  $a_1 = 16$ , 所以  $a_n = 2^{5-n} (n \in \mathbf{N}^*)$ .

20. 已知等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_{10} = 30, a_{20} = 50$ .

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 若  $S_n = 242$ , 求  $n$  的值.

参考答案: (1)  $a_n = 2n + 10$  (2)  $n = 11$

21. 在等比数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 + a_n = 66, a_3 a_{n-2} = 128, S_n = 126$ , 求  $n$  和  $q$ .

参考答案:  $n = 6, q = \frac{1}{2}$  或  $2$

22. 已知  $\{a_n\}$  为等差数列, 且  $a_3 = -6, a_6 = 0$ .

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 若等比数列  $\{b_n\}$  满足  $b_1 = -8, b_2 = a_1 + a_2 + a_3$ , 求  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和公式.

参考答案: (1)  $a_n = 2n - 12$  (2)  $S_n = 4(1 - 3^n)$

23. 已知数列  $\{a_n\}$  的通项公式是  $a_n = (-1)^n (3n - 2)$ , 求  $a_1 + a_2 + \cdots + a_{20}$  的值.

参考答案: 30

24. 数列  $\{a_n\}$  的通项公式是  $a_n = \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}}$ , 若前  $n$  项和为 10, 求  $n$ .

参考答案: 120

平面解析几何

25. 计算: 过点  $P(1,1)$ , 且与直线  $2x + 3y + 1 = 0$  平行的直线方程.

参考答案:  $2x + 3y - 5 = 0$

26. 计算: 直线  $ax + 3y + 1 = 0$  与直线  $x + (a - 2)y + a = 0$  垂直, 求  $a$  的值.

参考答案:  $\frac{3}{2}$

27. 计算: 已知圆的方程  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ , 求圆心坐标.

参考答案:  $(2, -3)$

28. 已知一个圆和直线  $l: x+2y-3=0$  相切于点  $P(1,1)$ , 且半径为 5, 求这个圆的方程.

参考答案:  $(x-1-\sqrt{5})^2+(y-1-2\sqrt{5})^2=25$  或  $(x-1+\sqrt{5})^2+(y-1+2\sqrt{5})^2=25$ .

29. 求与两平行直线  $x+3y-5=0$  和  $x+3y-3=0$  相切, 圆心在  $2x+y+3=0$  上的圆的方程.

参考答案:  $(x+\frac{13}{5})^2+(y-\frac{11}{5})^2=\frac{1}{10}$

30. 已知直线  $l: y=-2x+4$ .

(1) 求直线  $l$  与  $x$  轴的交点坐标;

(2) 若直线  $m$  与直线  $l$  平行且经过点  $(0, 1)$ , 求直线  $m$  的方程.

参考答案: (1)  $(2, 0)$  (2)  $y=-2x+1$

31. 已知实数  $x, y$  满足方程  $x^2+y^2-4x+1=0$ .

(1) 求  $\frac{y}{x}$  的最大值; (2) 求  $x^2+y^2$  的最小值.

参考答案: (1)  $\sqrt{3}$ ; (2)  $7-4\sqrt{3}$

32. 已知曲线  $C: x^2+y^2-4ax+2ay-20+20a=0$ .

(1) 当  $a \neq 2$  时, 求证: 曲线  $C$  是一个圆, 且圆心在一条直线上;

(2) 若曲线  $C$  与  $x$  轴相切, 求  $a$  的值.

参考答案: (1) 略; (2)  $a=\frac{5\pm\sqrt{5}}{2}$

33. 已知圆  $C$  的方程为  $x^2+y^2-4x+2=0$ .

(1) 求圆  $C$  的圆心坐标;

(2) 设直线  $l: y=x+3$ , 试判断直线  $l$  与圆  $C$  的位置关系.

参考答案: (1)  $(2, 0)$  (2) 直线  $l$  与圆  $C$  相离

34. 已知  $\odot A: x^2+y^2+2x+2y-2=0$ ,  $\odot B: x^2+y^2-2ax-2by+a^2-1=0$ . 当  $a, b$  变化时, 若  $\odot B$  始终平分  $\odot A$  的周长, 求:

(1)  $\odot B$  的圆心  $B$  的轨迹方程;

(2)  $\odot B$  的半径最小时的圆的方程.

参考答案: (1)  $x^2+2x+2y+5=0$ ; (2)  $(x+1)^2+(y+2)^2=5$

35. 已知圆  $C: x^2+y^2+2x-6y+1=0$  内一定点  $A(1, 2)$ ,  $P, Q$  为圆上的动点.

(1) 若  $P, Q$  两点关于过定点  $A$  的直线  $l$  对称, 求直线  $l$  的方程;

(2) 若  $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ} = 0$ , 求线段  $PQ$  中点  $M$  的轨迹方程.

参考答案: (1)  $x+2y-5=0$ ; (2)  $x^2+y^2-5y+3=0$

36. 已知圆  $O: x^2+y^2=\frac{4}{3}$ , 椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$  的短轴长等于圆  $O$  半径的  $\sqrt{6}$  倍,  $C$  的

离心率为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

(1) 求  $C$  的方程;

(2) 若直线  $l$  与  $C$  交于  $A, B$  两点, 且与圆  $O$  相切, 证明:  $\triangle AOB$  为直角三角形.

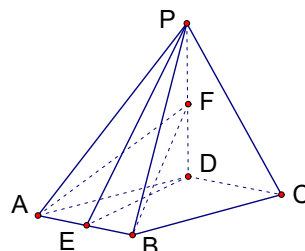
参考答案: (1)  $C$  的方程为  $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$  (2) 略

立体几何

37. 如图, 已知四棱锥  $P-ABCD$ , 底面  $ABCD$  是菱形,  $\angle DAB = 60^\circ$ ,  $PD \perp$  平面  $ABCD$ ,  $PD = AD$ , 点  $E$  为  $AB$  中点, 点  $F$  为  $PD$  中点.

(1) 求证: 平面  $PED \perp$  平面  $PAB$ ;

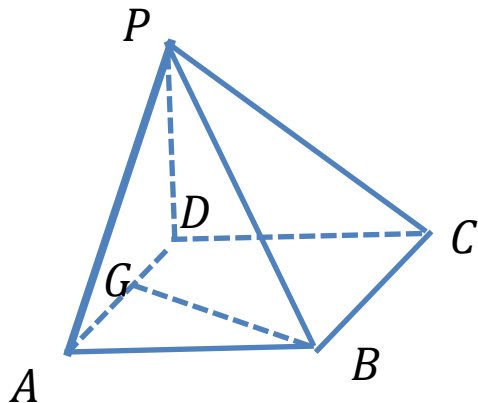
(2) 求二面角  $P-AB-F$  的平面角的余弦值.



38.如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是 $\angle DAB=60^\circ$ ，的菱形，侧面 $PAD$ 是等边三角形，且平面 $PAD \perp$ 底面 $ABCD$ .

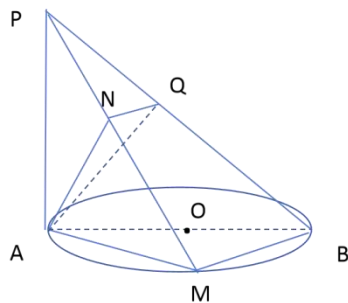
(1)若 $G$ 为 $AD$ 中点，求证： $BG \perp$ 平面 $PAD$ ；

(2)求证： $AD \perp PB$ .

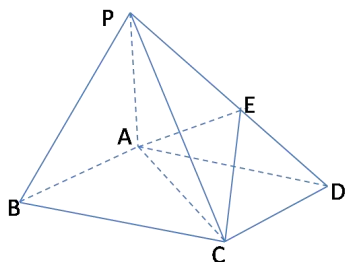


39. 如图， $AB$ 为 $\odot O$ 的直径， $PA$ 垂直于 $\odot O$ 所在的平面， $M$ 为圆周上任意一点， $AN \perp PM$ ， $N$ 为垂足.

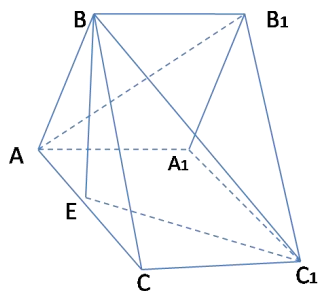
(1) 求证： $AN \perp$ 平面 $PBM$ ；(2) 若 $AQ \perp PB$ ,垂足为 $Q$ ，求证： $NQ \perp PB$ .



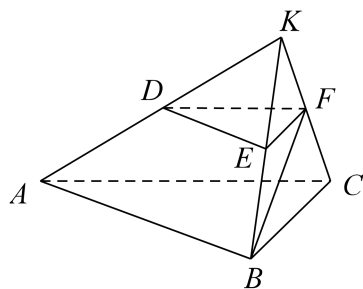
40. 如图，在底面是菱形的四棱锥 $P-ABCD$ 中， $\angle ABC = 60^\circ$ ,  $PA = AC = a$ ,  $PB = PD = \sqrt{2}a$ , 点 $E$ 是 $PD$ 的中点. (1) 证明： $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ; (2) 证明： $PB \parallel$ 平面 $EAC$ .



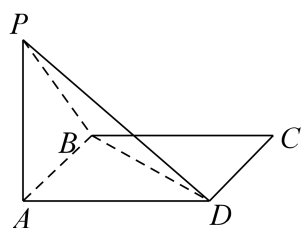
41. 如图, 正三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $E$  是  $AC$  中点. (1) 求证: 平面  $BEC_1 \perp$  平面  $ACC_1A_1$ ;  
(2) 求证:  $AB_1 \parallel$  平面  $BEC_1$ .



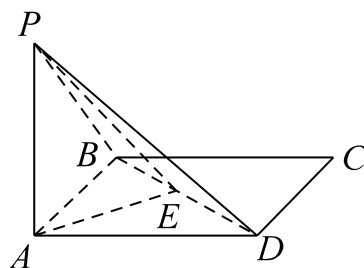
42. 如图, 在三棱台  $ABC-DEF$  中, 平面  $BCFE \perp$  平面  $ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $BE = EF = FC = 1$ ,  $BC = 2$ . 求证:  $BF \perp$  平面  $ACFD$ .



43. 已知矩形  $ABCD$  的两边  $AB = 3$ ,  $AD = 4$ ,  $PA \perp$  平面  $ABCD$ , 且  $PA = \frac{4}{5}$ , 求二面角  $A-BD-P$  的正切值.



【解析】如图所示, 在平面  $PBD$  内, 过  $P$  作  $BD$  的垂线, 垂足为  $E$ , 连接  $AE$ ,



因为  $PA \perp$  平面  $ABCD$ ,  $BD \subset$  平面  $ABCD$ , 所以  $PA \perp BD$ ,

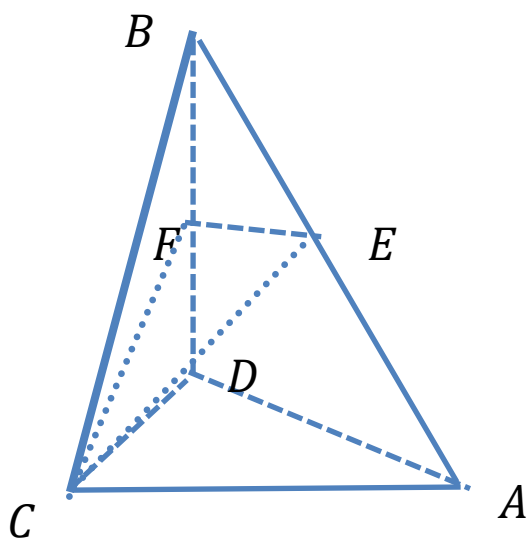
因为  $PE \perp BD$ ,  $PA \cap PE = P$ , 故  $BD \perp$  平面  $PAE$ ,

因为  $AE \subset$  平面  $PAE$ , 故  $AE \perp BD$ , 所以  $\angle PEA$  为  $A-BD-P$  的平面角,

在直角三角形  $BAD$  中,  $AB=3$ ,  $AD=4$ , 故  $AE = \frac{12}{5}$ ,

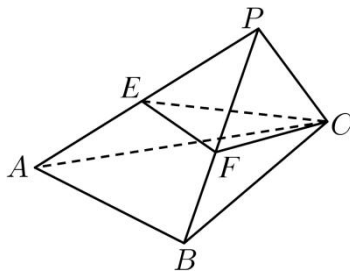
$$\tan \angle PEA = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{12}{5}} = \frac{1}{3}$$

44. 如图在四面体  $ABCD$  中,  $CB=CD$ ,  $AD \perp BD$ , 点  $E$ 、 $F$  分别是  $AB$ 、 $BD$  的中点.



求证: (1) 直线  $EF \parallel$  平面  $ACD$ ; (2) 平面  $EFC \perp$  平面  $BCD$ .

45. 如图, 在三棱锥  $P-ABC$  中,  $PA=PB=2$ ,  $PC=1$ ,  $\angle APB = \angle BPC = \angle CPA = 90^\circ$ .



(1) 求三棱锥  $P-ABC$  的体积和表面积.

(2) 若  $E$ 、 $F$  分别为  $PA$ 、 $PB$  的中点, 求证:  $AB \parallel$  面  $EFC$ .

**解:** (1) 解: 因为  $\angle APB = \angle BPC = \angle CPA = 90^\circ$ ,

所以  $PC \perp PA$ ,  $PC \perp PB$ ,  $PA \perp PB$ ,

又因为  $PA \cap PB = P$ ,



所以  $PC \perp$  平面  $PAB$ ,

$$\text{又 } S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} PA \times PB = 2,$$

所以  $V_{P-ABC} = V_{C-APB}$ ,

$$= \frac{1}{3} \times S_{\triangle ABP} \times PC = \frac{2}{3};$$

$$\text{又 } S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2} \times PB \times PC = 1, S_{\triangle PBA} = \frac{1}{2} \times PA \times PC = 1,$$

$$\text{又 } AB = 2\sqrt{2}, BC = \sqrt{5}, AC = \sqrt{5},$$

$$\text{所以 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{6},$$

$$\text{所以 } S_{\text{表}} = 4 + \sqrt{6};$$

(2) 因为  $E$ 、 $F$  分别为  $PA$ 、 $PB$  的中点, 所以  $AB \parallel EF$ ,

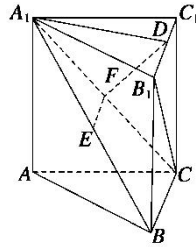
又  $AB \not\subset$  平面  $EFC$ ,  $EF \subset$  平面  $EFC$ ,

所以  $AB \parallel$  面  $EFC$ .

46. 如图, 在直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $E$ 、 $F$  分别是  $A_1B$ 、 $A_1C$  的中点, 点  $D$  在  $B_1C_1$  上,  $A_1D \perp B_1C_1$ .

(1) 求证:  $EF \parallel$  平面  $ABC$ ;

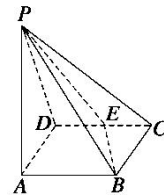
(2) 求证: 平面  $A_1FD \perp$  平面  $BB_1C_1C$ .



47. 如图, 四棱锥  $P-ABCD$  的底面  $ABCD$  是边长为 1 的菱形,  $\angle BCD = 60^\circ$ , 点  $E$  为  $CD$  中点,  $PA \perp$  平面  $ABCD$ ,  $PA = \sqrt{3}$ .

(1) 求证: 平面  $PBE \perp$  平面  $PAB$ ;

(2) 求二面角  $A-BE-P$  的大小.



48. 如图, 正方形  $ABCD$  和四边形  $ACEF$  所在的平面互相垂直,  $EF \parallel AC$ ,  $AB = \sqrt{2}$ ,  $CE = EF = 1$ .

(1) 求证:  $AF \parallel$  平面  $BDE$ ;

(2) 求证:  $CF \perp$  平面  $BDE$ .

